יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35572 מועד חורף תשפ״א

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

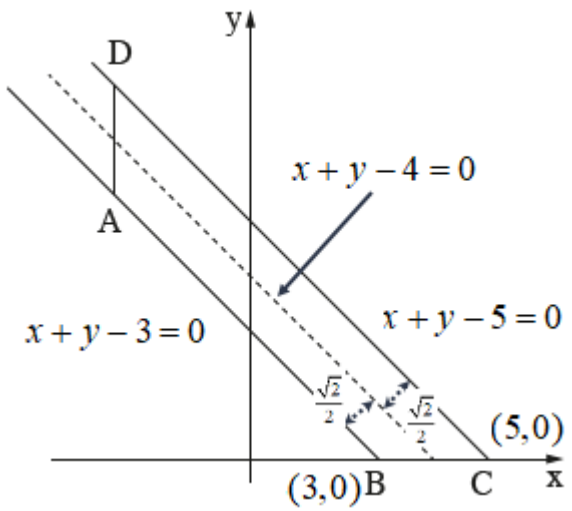
בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35572 מועד חורף תשפ״א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. קטע אמצעים בטרפז, נמצא במרחק שווה מבסיסי הטרפז, לכן מרחקו מכל אחד מהבסיסים הוא $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

קטע האמצעים נמצא על הישר $x+y-4=0$ **, ובהתאם** $c=(-4)$.

נמצא את c **של כל אחד מבסיסי הטרפז, המקבילים לקטע האמצעים, ע"פ נוסחת מרחק בין שני ישרים מקבילים.**



$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|c-(-4)|}{\sqrt{1^2+1^2}}$$

$$1=|c+4|$$

$$c+4=1 \quad \rightarrow c=-3 \quad \rightarrow \boxed{x+y-3=0}$$

$$y=0 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(3,0)} \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{AB}\equiv x+y-3=0}$$

$$c+4=-1 \quad \rightarrow c=-5 \quad \rightarrow \boxed{x+y-5=0}$$

$$y=0 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(5,0)} \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{CD}\equiv x+y-5=0}$$

תשובה: $\mathrm{AB}\equiv x+y-3=0$, $\mathrm{CD}\equiv x+y-5=0$.

ב. מוקדה של פרבולה קנונית נמצא בנקודה $(\frac{p}{2},0)$ **, כאשר המדריך הוא הישר** $x=-\frac{p}{2}$ **, המקביל לציר ה-** y .

עבור $\mathrm{B}(3,0)$ **, נקבל** $\frac{p}{2}=3 \quad \rightarrow p=6$ **, ובהתאם** $y^2=12x$ **, והמדריך הוא** $\mathrm{AD}\equiv x=-3$.

עבור $\mathrm{C}(5,0)$ **, נקבל** $\frac{p}{2}=5 \quad \rightarrow p=10$ **, ובהתאם** $y^2=20x$ **, והמדריך הוא** $\mathrm{AD}\equiv x=-5$.

כיוון ששוק הטרפז BC **(אורכה** 2 **) קבועה, ומשוואת הבסיסים נותרות ללא שינוי,**

אז הטרפז יגדל, ככל שהשוק השנייה (AD) **תהייה רחוקה יותר מציר ה-** y **, שאליו היא מקבילה,**

במקרה הזה כאשר המדריך יהייה $x=-5$.

(1) תשובה: הטרפז ABCD **הוא הגדול , מבין שני הטרפזים האפשריים, בעבור הפרבולה** $y^2=20x$.

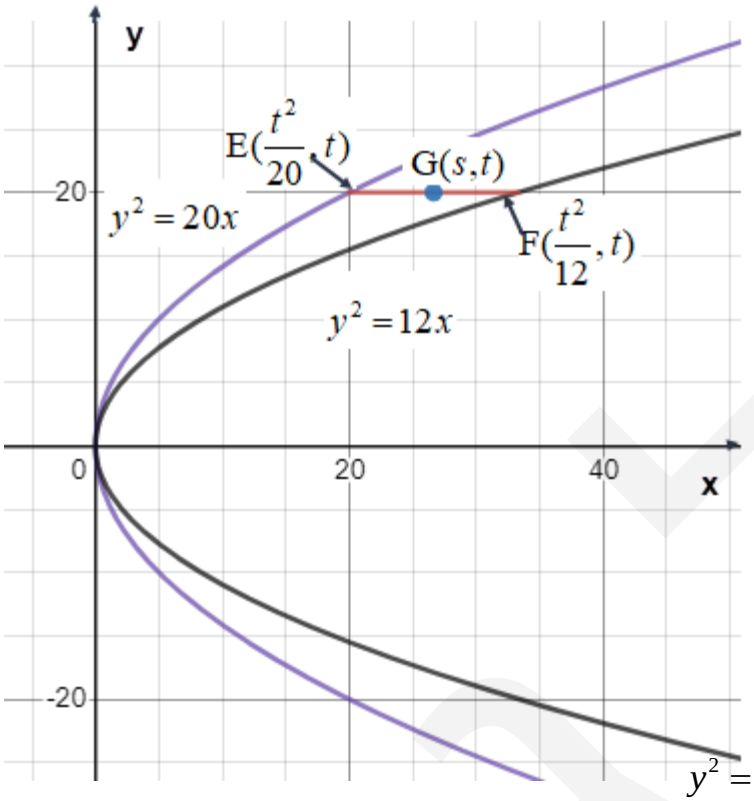
(2) תשובה: הטרפז ABCD **הוא הקטן , מבין שני הטרפזים האפשריים, בעבור הפרבולה** $y^2=12x$.

ג. נסמן את $G(s,t)$ נקודה על המקום הגיאומטרי.

$GE=GF$, ולכן G אמצע הקטע EF המקביל לציר ה- x .

$$y_F=y_G=t \quad \rightarrow x_F=\frac{t^2}{12} \quad \rightarrow \boxed{F(\frac{t^2}{12},t)}$$

$$y_E=y_G=t \quad \rightarrow x_E=\frac{t^2}{20} \quad \rightarrow \boxed{E(\frac{t^2}{20},t)}$$



ועל פי נוסחת אמצע קטע,

נקבל את המקום הגיאומטרי.

$$x_G=\frac{x_F+x_E}{2}$$

$$s=\frac{\frac{t^2}{12}+\frac{t^2}{20}}{2}$$

$$2s=\frac{2t^2}{15}$$

$$15s=t^2$$

$$\boxed{y^2=15x}$$

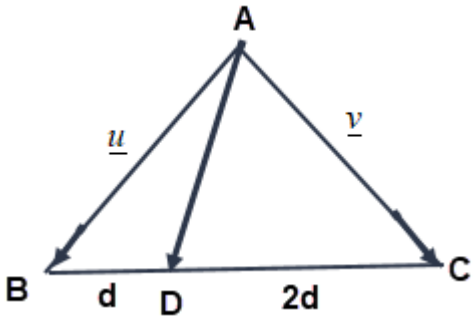
תשובה: משוואת המקום הגיאומטרי היא $y^2=15x$

(פרבולה , $p=7.5$, מוקד $F(3.75,0)$, מדריך $x=-3.75$).

א. נתון: $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $B(-3,2,2)$, $A(0,2,-1)$.

הנקודה $D(-2,3,1)$ **נמצאת על הקטע** BC **, כך ש-** $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}$ **, ומכאן ש-** $BD:DC=1:2$.

(1) נמצא את שיעורי הנקודה C **על פי הנוסחה לחלוקת קטע ביחס נתון.**



$$\left.\begin{array}{l}\frac{2\cdot(-3)+1\cdot x_C}{3}=-2\\ \frac{2\cdot 2+1\cdot y_C}{3}=3\\ \frac{2\cdot 2+1\cdot z_C}{3}=1\end{array}\right\}\boxed{C(0,5,-1)}$$

$$\overrightarrow{AB}=\underline{B}-\underline{A}=\underline{u}=(-3,0,3)$$

$$\overrightarrow{AC}=\underline{C}-\underline{A}=\underline{v}=(0,3,0)$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-3,0,3)\cdot(0,3,0)=0+0+0=0\ \rightarrow\ \boxed{AB\perp AC}$$

תשובה: $C(0,5,-1)$ **, משולש** ABC **ישר זווית -** $\sphericalangle BAC=90°$.

(2) נמצא את משוואת המישור ABC **, שהצגה פרמטרית שלו היא** $\underline{x}=(0,2,-1)+s(-1,0,1)+t(0,1,0)$.

(הערה: הווקטור $\underline{(0,1,0)}$ **מקביל לציר ה-** y **, לכן נקבל** $b=0$ **במשוואת המישור.)**

$$(a,b,c)\cdot(-1,0,1)=0\ \rightarrow -a+c=0\ \rightarrow a=1,\quad c=1$$

$$(a,b,c)\cdot(0,1,0)=0\ \rightarrow b=0$$

$$\pi_{ABC}:x+z+d=0$$

$$A(0,2,-1)\in\pi_{ABC}\ \rightarrow 0-1+d=0\ \rightarrow d=1$$

$$\boxed{\pi_{ABC}:x+z+1=0}$$

תשובה: משוואת המישור ABC **היא** $x+z+1=0$.

ב. $ABEC$ מלבן, במישור ABC, כאשר M היא מפגש אלכסוני המלבן החוצים זה את זה.

S היא נקודה כך ש- MS מאונך למישור המלבן $ABEC$.

(1) נמצא הצגה פרמטרית לישר MS.

על פי נוסחת אמצע קטע BC :

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{-3+0}{2} \\ y_M &= \frac{2+5}{2} \\ z_M &= \frac{2+(-1)}{2} \end{aligned}\right\} \boxed{M(-1.5,\ 3.5,\ 0.5)}$$

העלו אנך למישור $ABEC$, שמשוואתו $x+z+1=0$, כלומר הנורמל הוא $\underline{(a,b,c)} = \underline{(1,0,1)}$.

לכן משוואת האנך היא $\underline{x} = (-1.5,\ 3.5,\ 0.5) + t(1,\ 0,\ 1)$.

כיוון ש- M היא מפגש אלכסוני המלבן, החוצים זה את זה ושווים זה לזה, אז M היא מרכז המעגל החוסם.

MS הוא גובה שיורד למרכז המעגל החוסם את הבסיס $ABEC$, ולכן $SABEC$ היא פירמידה ישרה.

תשובה: הצגה פרמטרית לישר MS היא $\underline{x} = (-1.5,\ 3.5,\ 0.5) + t(1,\ 0,\ 1)$,

ו- $SABEC$ היא פירמידה ישרה, שכן הגובה יורד למרכז המעגל החוסם את הבסיס $ABEC$.

(2) עבור $t = 0.5$ נקבל $\boxed{S(-1,\ 3.5,\ 1)} \rightarrow (-1.5+0.5\cdot 1,\ 3.5+0.5\cdot 0,\ 0.5+0.5\cdot 1)$.

נמצא את $\sphericalangle SAB$.

$$\overrightarrow{AB} = \underline{u} = (-3,\ 0,\ 3)$$

$$\overrightarrow{AS} = \underline{S} - \underline{A} = \underline{x} = (-1,\ 1.5,\ 2)$$

$$\cos\sphericalangle SAB = \frac{\left|(-1,0,1)\cdot(-1,1.5,\ 2)\right|}{\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}\sqrt{(-1)^2+1.5^2+2^2}}$$

$$\cos\sphericalangle SAB = \frac{\left|1+0+2\right|}{\sqrt{2}\sqrt{7.25}}$$

$$\cos\sphericalangle SAB = \frac{3}{\sqrt{14.5}}$$

$$\boxed{\sphericalangle SAB = 38.016^\circ}$$

תשובה: לדוגמה $S(-1,\ 3.5,\ 1)$, $\sphericalangle SAB = 38.016^\circ$.

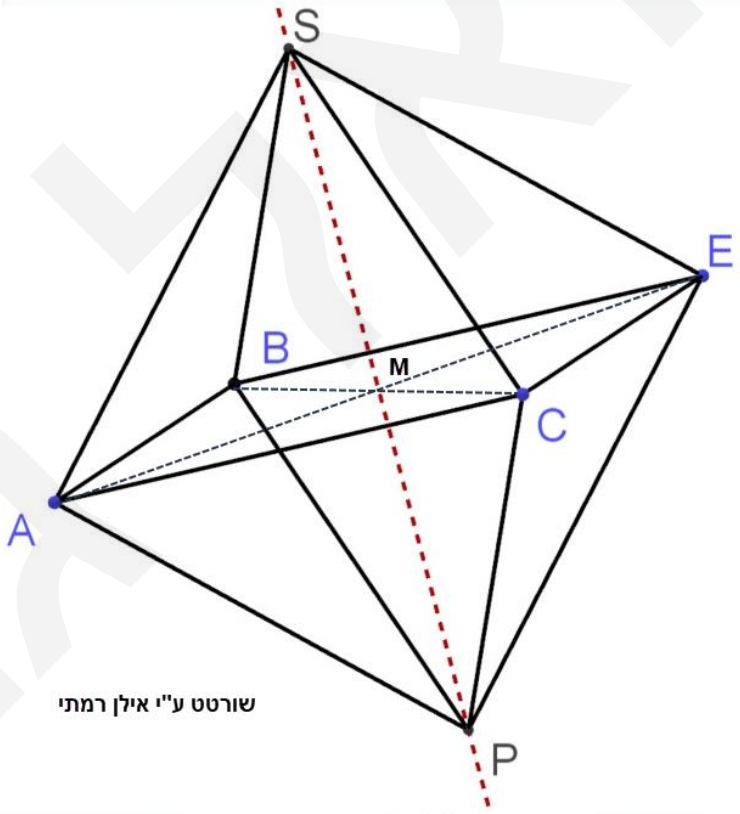
(3) אם הפירמידה $SABEC$ תהייה זהה / חופפת לפירמידה $PABEC$,

כאשר לשתיהן בסיס משותף $ABEC$, עם PM כגובה לבסיס של הפירמידה $PABEC$,

אז $\sphericalangle SAB = \sphericalangle PAB$.

נמצא את שיעורי הנקודה P על פי הנוסחה לאמצע קטע PS כאשר הנקודה M היא אמצע הקטע שלו.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{-1+x_P}{2}=-1.5\\ \frac{3.5+y_P}{2}=3.5\\ \frac{1+z_P}{2}=0.5\end{array}\right\}\boxed{P(-2,3.5,0)}$$



תשובה: קיימת נקודה $P(-2,3.5,0)$, שעבורה $\sphericalangle SAB = \sphericalangle PAB$.

<u>הערה לגבי תתי הסעיפים ב(2) ו-ב(3)</u>: מאחר וקיימות אינסוף נקודות S המקיימות אינסוף פירמידות $SABEC$ ישרות, הנבחן יכול לבחור בכל ערך של t המקיים $t \neq 0$, מפני שהנקודה M משמשת כנקודת ההעתקה (כלומר המוצא) בהצגה הפרמטרית של הגובה SM, ולכן כתוצאה מבחירה שונה לכל נבחן לערך ספציפי של $t \neq 0$ מתקבלות תשובות אחרות לתת סעיפים ב(2) ו-ב(3) בהתאם לבחירתו.

א. נפתור את המשוואה $i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$, בעזרת נוסחת השורשים של מספר מרוכב.

$$i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$$
$$z^6 = \frac{1}{64i}$$
$$z^6 = \frac{1 \cdot (-i)}{64i \cdot (-i)}$$
$$z^6 = \frac{1}{64} \cdot (-i)$$
$$z^6 = (\frac{1}{2})^6 cis\,(-90)°$$
$$z_k = \frac{1}{2} cis\,(-15° + 60°k)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} z_0 = \frac{1}{2} cis\,(-15°),\ z_1 = \frac{1}{2} cis\,45°,\ z_2 = \frac{1}{2} cis\,105° \\ z_3 = \frac{1}{2} cis\,165°,\ z_4 = \frac{1}{2} cis\,225°,\ z_5 = \frac{1}{2} cis\,285° \end{array}}$$

תשובה: $z_0 = \frac{1}{2} cis\,(-15°),\ z_1 = \frac{1}{2} cis\,45°,\ z_2 = \frac{1}{2} cis\,105°\ , z_3 = \frac{1}{2} cis\,165°,\ z_4 = \frac{1}{2} cis\,225°,\ z_5 = \frac{1}{2} cis\,285°$.

ב. ששת הפתרונות של המשוואה $z^6 = (\frac{1}{2})^6 cis\,(-90)°$ מהווים קודקודים של משושה משוכלל.

כיוון שהזווית המרכזית, הנשענת על כל קשת של המעגל החוסם ($x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$) שווה ל- $60°$,

הרי שקיימים שלושה זוגות של פתרונות נגדיים שהזווית ביניהם שווה ל- $180°$,

והקוטר העובר דרכם עובר דרך ראשית הצירים.

$z_3 = z_0 \cdot cis\,180°,\ z_4 = z_1 \cdot cis\,180°, z_5 = z_2 \cdot cis\,180°$.

תשובה: הראינו שלכל אחד מקודקודי המצולע קיים קדקוד אחד בדיוק,

כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך ראשית הצירים.

ג. כופלים כל אחד מפתרונות המשואה הנתונה, במספר קבוע w.

פתרונות המשוואה הנתונה, מהווים סדרה הנדסית שמנתה היא $cis\,60°$.

$$z_0 \cdot w + z_1 \cdot w + ... + z_5 \cdot w = w \cdot (z_0 + z_1 + ... + z_5)$$
$$= w \cdot \frac{z_0\left[(cis\,60°)^6 - 1\right]}{cis\,60° - 1} = w \cdot \frac{z_0(cis\,360° - 1)}{cis\,60° - 1} =$$
$$= w \cdot \frac{z_0(1-1)}{cis\,60° - 1} = 0$$

פתרון חלופי, מתבסס על סעיף ב:

הראינו שקיימים שלושה זוגות של פתרונות נגדיים, שסכומם הוא כמובן אפס.

$$z_0 \cdot w + z_1 \cdot w + ... + z_5 \cdot w =$$
לכן: $$= w \cdot \left[(z_0 + z_3) + (z_1 + z_4) + (z_2 + z_5)\right]$$
$$= w \cdot (0 + 0 + 0) = 0$$

תשובה: הסברנו מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

פתרון חלופי נוסף :

לפי הכלל הבסיסי, שתמיד סכום השורשים של משוואה $z^n = Rcis\vartheta$ הוא 0, מתקיים:

$$z_0 \cdot w + z_1 \cdot w + ... + z_5 \cdot w =$$
$$= w \cdot (z_0 + z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5)$$
$$= w \cdot (0) = 0$$

ד. נתון: $w=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ **. נעבור להצגה טריגונומטרית.**

$$w=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

$$|w|=\sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2})^2}=1$$

$$\tan\theta_w=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{w=cis\,30°} \quad \leftarrow 1st\ quadrant$$

פתרונות המשוואה הנתונה, מהווים סדרה הנדסית שמנתה היא $cis\,60°$ **.**

הכפל פי $w=cis\,30°$ **, של כל אחד מהפתרונות, מכניס איבר נוסף בין כל ששת איברי הסדרה הנתונה, (כולל בין האחרון לראשון), כך שמקבלים סדרה הנדסית, שבה תריסר איברים, שמנתה** $cis\,30°$ **.**

כל אחד מאיברי הסדרה החדשה יהייה פתרון של המשוואה $z^{12}=\left[(\frac{1}{2})\cdot cis\,(-15)°\right]^{12}$ **.**

$$z^{12}=\left[(\frac{1}{2})\cdot cis\,(-15°)\right]^{12}=(\frac{1}{2})^{12}\cdot\left[cis\,(-15°)\right]^{12}=\frac{1}{2^{12}}\cdot\left[cis\,(-15\cdot 12)°\right]=\frac{1}{2^{12}}\cdot\left[cis\,(-180°)\right]=\frac{1}{2^{12}}\cdot(-1)=-\frac{1}{2^{12}}$$

תשובה: $z^{12}=-\frac{1}{2^{12}}$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{-4}{e^{2x}-4e^{x}+3}$.

(1) בתחום ההגדרה המכנה שונה מאפס.

$$e^{2x}-4e^{x}+3\neq 0$$
$$(e^{x}-1)(e^{x}-3)\neq 0$$
$$e^{x}\neq 1 \quad \rightarrow x\neq 0$$
$$e^{x}\neq 3 \quad \rightarrow x\neq \ell n3$$

תשובה: תחום ההגדרה - $x\neq 0\,,\,x\neq \ell n3$.

(2) נמצא את משוואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

כאשר $x\to+\infty$ **אז** $e^{x}\to+\infty$ **, ו-** $e^{2x}\to\infty$ **מהר יותר,**

ובהתאם $f(x)\to\frac{-4}{\infty}\to 0$ **ו-** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית.**

כאשר $x\to-\infty$ **אז** $e^{x},e^{-2x}\to 0^{+}$ **, ובהתאם** $f(x)\to\frac{-4}{0+0+3}\to -1\frac{1}{3}$,

ו- $y=-1\frac{1}{3}$ **אסימפטוטה אופקית.**

$x=0\,,\,x=\ell n3$ **מאפסים מכנה ולא מונה, ולכן הישרים** $x=0\,,\,x=\ell n3$ **אסימפטוטות אנכיות.**

תשובה: $y=-1\frac{1}{3}$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to-\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לשמאל).**

$y=0$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to+\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לימין).**

$x=0\,,\,x=\ell n3$ **אסימפטוטות אנכיות לציר ה-** x .

(3) נמצא את נקודות הקיצון ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

$$\boxed{f(x)=\frac{-4}{e^{2x}-4e^{x}+3}}$$

$$f'(x)=4\cdot\frac{0+2e^{2x}-4e^{x}}{(e^{2x}-4e^{x}+3)^{2}}$$

$$\boxed{f'(x)=8e^{x}\cdot\frac{e^{x}-2}{(e^{2x}-4e^{x}+3)^{2}}}$$

$$0=e^{x}-2$$

$$e^{x}=2$$

$$x=\ell n\,2$$

$$f'(-1)<0 \quad \rightarrow\searrow$$

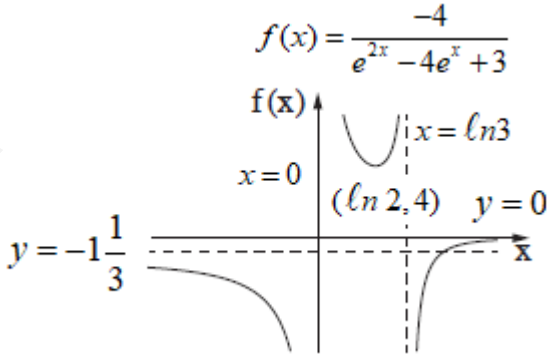
$$\left.\begin{array}{l} f'(\ell n\,1.5)<0 \quad \rightarrow\searrow \\ f'(\ell n\,2.5)>0 \quad \rightarrow\nearrow \end{array}\right\} \boxed{(\ell n\,2,4),\min}$$

$$f'(\ell n\,4)>0 \quad \rightarrow\nearrow$$

תשובה: $(\ell n\,2,4)$ מינימום.

(4) תשובה: עלייה - $x>\ell n\,3$ או $\ell n\,2<x<\ell n\,3$, ירידה - $0<x<\ell n\,2$ או $x<0$.

(5) סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

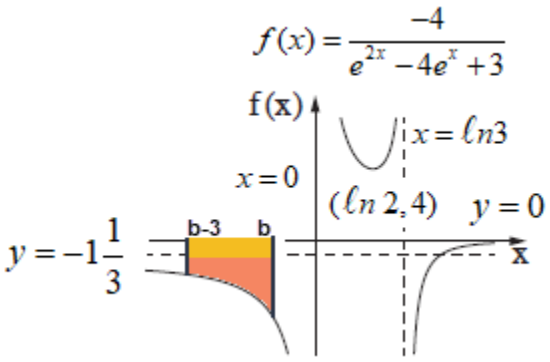


תשובה: הסקיצה מעל.

ב. נסביר מדוע עבור $b<0$ מתקיים: $\int_{b-3}^{b} f(x)\,dx<-4$.

משמאל לציר ה- y גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא מתחת לציר ה- x , ולכן גודלו של האינטגרל המסוים הוא שלילי.

השטח המתאים צבוע באדום ובצהוב,



כאשר גודלו של המלבן הצהוב הוא $3\cdot 1\frac{1}{3}=4$,

ולכן סכום שני השטחים גדול מ- -4,

והאינטגרל המסוים קטן מ- (-4) .

תשובה: הסברנו מדוע עבור $b<0$ מתקיים: $\int_{b-3}^{b} f(x)\,dx<-4$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=\frac{k}{f(x)}$, (k פרמטר).

- **תחום ההגדרה זהה לזה של $f(x)$, כי ל- $f(x)$ אין נקודות אפס.**
- **תחומי העלייה / ירידה של $\frac{1}{f(x)}$ הפוכים מאלו של $f(x)$, כי כאשר המכנה גדל המנה קטנה ולהפך.**
- **לכן, עבור $x=\ell n\,2$ נקבל מקסימום לפונקציה $\frac{1}{f(x)}$, בנקודה $(\ell n\,2,\frac{1}{4})$.**
- **כיוון שנתון כי לפונקציה $g(x)=\frac{k}{f(x)}$ יש נקודת מינימום, הרי שנדרש היפוך סביב ציר ה- x ,**

ומכאן ש- $k<0$, ונקודת המינימום היא $(\ell n\,2,\frac{k}{4})$ (.... עם שתי נקודות חור על ציר ה- x).

- **ניתן להבין זאת, גם על-פי הנגזרת: $g'(x)=\frac{-k\cdot f'(x)}{f^{2}(x)}$,**

שדורשת $k<0$ כדי שסימני הנגזרת יהיו זהים לאלו של $f'(x)$.

תשובה: תחום הערכים האפשרי בעבור k הוא $k<0$.

א. נתונה הפונקציה : $f(x)=\frac{1}{(\ell n(x))^3-1}+1$.

(1) בתחום הגדרה, הארגומנט – הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית, צריך להיות חיובי, ולכן $x>0$.

בתחום ההגדרה, המכנה שונה מאפס, ולכן $(\ell n(x))^3\neq 1 \rightarrow \ell n(x)\neq 1 \rightarrow x\neq e$

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>0,\quad x\neq e$.

(2) כאשר $x\to+\infty$ **אז** $\ell n(x)\to+\infty$ **ובהתאם** $f(x)\to 0+1=1$ **ו-** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית לימין.**

כאשר $x\to 0^+$ **אז** $\ell n(x)\to-\infty$ **ובהתאם** $f(x)\to 0+1=1$ **ו-** $(0,1)$ **נקודת אי רציפות סליקה ("חור").**

כאשר $x\to e$ **אז המכנה מתאפס ולא המונה ובהתאם** $x=e$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** x .

תשובה: $y=1$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **, עבור** $x\to+\infty$ **(אסימפטוטה אופקית לימין).**

$x=e$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** x .

(3) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{(\ell n(x))^3-1}+1}$$

$$f'(x)=\frac{0-3(\ell n(x))^2\cdot\frac{1}{x}}{((\ell n(x))^3-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-3(\ell n(x))^2}{x((\ell n(x))^3-1)^2}}$$

$$(\ell n(x))^2=0 \rightarrow \ell n(x)=0 \rightarrow x=1 \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

$(\ell n(x))^2$ **אי-שלילי לכל** $x>0$ **, ולכן** $f'(x)\le 0$ **לכל** $x>0,\quad x\neq e$ **ו-** $(1,0)$ **נקודת פיתול בירידה.**

תשובה: ירידה - $x>e$ **או** $0<x<e$ **, עלייה – אף** x .

(4) ל- $f(x)$ **אין חיתוך עם ציר ה-** y **בתחום ההגדרה.**

כיוון ש- $f(x)$ **יורדת בתחום** $0<x<e$ **, כאשר** $(0,1)$ **נקודת חור,**

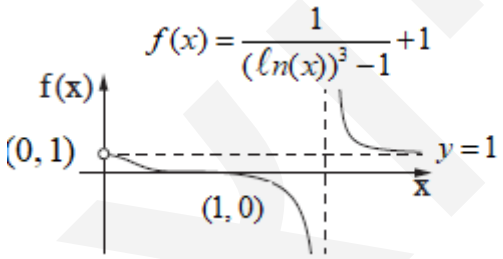
הרי ש- $(1,0)$ **נקודת חיתוך יחידה עם ציר ה-** x **, בתחום זה (כאשר, ציר ה-** x **הוא המשיק בנקודת פיתול זו).**

כיוון ש- $f(x)$ **יורדת בתחום** $x>e$ **, אל האסימפטוטה האופקית** $y=1$ **,**

הרי שאין לה נקודת חיתוך עם ציר ה- x **, בתחום זה.**

תשובה: $(1,0)$ **.**

(5) סקיצה של $f(x)$ **.**



תשובה: הסקיצה מעל.

ב. תשובה: עבור $k=1$ **, הישר** $y=k$ **אינו חותך את גרף הפונקציה** $f(x)$ **.**

ג. $T(x)=\int_{e^{-1}}^{x} f(t)\,dt$ **, כאשר** $e^{-1}\le x<e$ **.**

(1) <u>הסבר ראשון</u> – גרף הפונקציה $f(x)$ **הוא <u>גרף הנגזרת</u> של** $T(x)$ **,**

כאשר בתחום $e^{-1}\le x<e$ **-** $f(x)$ **עוברת מחיוביות לשליליות עבור** $x=1$ **,**

ולכן $T(x)$ **מעלייה לירידה, ומכאן ש-** $x=1$ **מקסימום.**

<u>הסבר שני</u> – על פי <u>אינטגרל כשטח מצטבר</u>.

השטח של $f(x)$ **בתחום** $e^{-1}\le x<1$ **הוא מעל ציר ה-** x **ולכן השטח הולך וגדל עד ל-** $(1,0)$ **.**

השטח של $f(x)$ **בתחום** $1<x<e$ **הוא מתחת ציר ה-** x **ולכן השטח "שלילי" והאינטגרל הולך וקטן,**

ומכאן שמגיע לערכו המקסימלי עבור $x=1$ **.**

תשובה: היגד II **- הערך של** $T(x)$ **הוא הכי גדול עבור** $x=1$ **.**

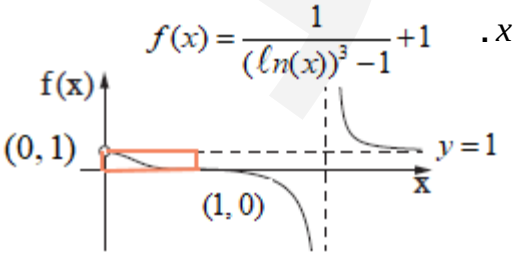
(2) נסביר מדוע בעבור כל $e^{-1}\le x<e$ **מתקיים** $T(x)<1$ **.**

על-פי תת סעיף ג(1) : ערכו המקסימלי של $T(x)$ **מתקבל עבור** $x=1$ **.**

גודל הריבוע (למרות שנראה כמו מלבן...) המסומן הוא $1\cdot 1=1$ **.**

לכן גודלו של האינטגרל $T(x)$ **קטן ממנו,**

כי השטח שבין הפונקציה לציר ה- x **חסום בריבוע, בתחום זה.**



תשובה: הסברנו מדוע בעבור כל $e^{-1}\le x<e$ **מתקיים** $T(x)<1$ **.**