



מבחן לדוגמה 3, שאלון 35571

מועד קיץ תש"פ

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

1א דפרנציאלי פונקציית שורש

בגרות פ אפריל 20 דוגמה 3 משרד החינוך שאלון 35571

$$(1) \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x-1}$$

(א) נמצא את תחום ההגדרה, כאשר הביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי והמכנה שונה מ-0.

$$4x^2 - 9 \geq 0, \text{ נקבל פרבולה בעלת מינימום שמתאפסת עבור } x = \pm 1.5,$$

$$\text{ובהתאם } x \geq 1.5 \text{ או } x \leq -1.5.$$

המכנה מתאפס עבור $x = 1$, שלא בתחום שצוין, ולכן זה תחום ההגדרה הסופי.

$$\text{תשובה: } x \geq 1.5 \text{ או } x \leq -1.5.$$

(ב) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים.

(ניתן למצוא גם על ידי הצבות, או נימוקים, כמו חזקות שוות (2). אין חובה לרשום בעזרת גבולות !)

נשים לב שמונה הפונקציה אי-שלילי, כאשר סימן המכנה חיובי או שלילי,

ולכן תהיינה שתי אסימפטוטות אופקיות, עם מנת המקדמים בסימנים המתאימים.

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x-1} = \frac{|2x|\sqrt{1 - \frac{9}{4x^2}}}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|2x|\sqrt{1 - \frac{9}{4x^2}}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \rightarrow \boxed{y=2} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x|\sqrt{1 - \frac{9}{4x^2}}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{x} = -2 \rightarrow \boxed{y=-2}$$

תשובה: אסימפטוטות מקבילות לציר ה- x : $(x \rightarrow -\infty)y = -2, (x \rightarrow +\infty)y = 2$,

$$(2) \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{2x-3} = \frac{\sqrt{(2x-3)(2x+3)}}{2x-3} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+3}}{\sqrt{2x-3}} & x > 1.5 \\ -\frac{\sqrt{2x+3}}{\sqrt{2x-3}} & x \leq -1.5 \end{cases}$$

(א) המכנה, הפעם, שונה מתת סעיף (1), כאשר $x = 1.5$ מאפס גם מונה וגם מכנה.

$$\text{תשובה: } x > 1.5 \text{ או } x \leq -1.5.$$

(ב) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים, כאשר גם הפעם המכנה קובע את סימן הפונקציה.

תשובה: אסימפטוטות מקבילות לציר ה- x : $(x \rightarrow -\infty)y = -1, (x \rightarrow +\infty)y = 1$,

והפעם גם אסימפטוטה אנכית, מקבילה לציר ה- y : $x = 1.5$.

שכן, לאחר הצמצום, $x = 1.5$ עדיין מאפס מכנה וכבר לא את המונה.

1ב סדרות חשבוניות

בסדרה חשבונית יש $2n+1$ איברים, מספר אי-זוגי של איברים.

$a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n+1}$ ולכן a_{n+1} הוא האיבר האמצעי בסדרה.

בסדרה חשבונית, שבה מספר אי-זוגי של איברים,

שווה סכומה למכפלת האיבר האמצעי במספר האיברים,

כי כל איבר בסדרה חשבונית הוא ממוצע חשבוני של האיברים שלפניו ולאחריו,

או של כל שני איברים הנמצאים באותו מרחק ממנו.

$$\text{מכאן ש-} a_{n+1} = \frac{a_1 + a_{2n+1}}{2}$$

$$S_{2n+1} = \frac{(2n+1)(a_1 + a_{2n+1})}{2} = (2n+1)a_{n+1}$$

לכן, $S_{2n+1} = (2n+1)a_{n+1}$, וזה מה שהתבקשנו להוכיח.

דרך חלופית:

$$S_{2n+1} = \frac{(2n+1)[2a_1 + d(2n+1-1)]}{2}$$

$$S_{2n+1} = \frac{(2n+1)(2a_1 + 2nd)}{2}$$

$$S_{2n+1} = (2n+1)(a_1 + nd)$$

$$\boxed{S_{2n+1} = (2n+1) \cdot a_{n+1}}$$

תשובה: הוכח.

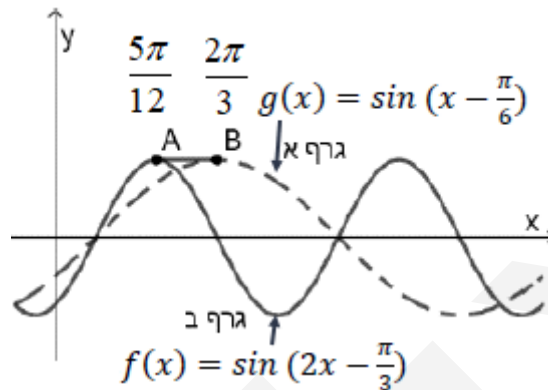
1 ג דיפרנציאלי טריגו

בגרות פ אפריל 20 דוגמה 3 משרד החינוך שאלון 35571

נתונה הפונקציה - $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$, שלה מחזוריות של $\frac{2\pi}{2} = \pi$, ו- $(0, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ חיתוך ציר y .

נתונה הפונקציה - $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$, שלה מחזוריות של 2π , ו- $(0, -\frac{1}{2})$ חיתוך ציר y .

מכאן שגרף ב (מכוון יותר, וחותר ציר y נמוך יותר) מתאים ל- $f(x)$, וגרף א מתאים ל- $g(x)$.



פונקציית ה- $\sin$ מקבלת ערכים מקסימיים ב- $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 1)$. לכן:

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \rightarrow 2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + 2\pi k \rightarrow x_A = \frac{5\pi}{12}$$

$$x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \rightarrow x_B = \frac{2\pi}{3}$$

$$AB = x_B - x_A = \frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$$

דרך נוספת:

$$g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6}) \text{ היא הזזה } \frac{\pi}{6} \text{ ימינה של } \sin x$$

$$f(x) = \sin(2(x - \frac{\pi}{6})) \text{ היא הזזה } \frac{\pi}{6} \text{ ימינה של } \sin x \text{ ולאחר מכן כיווץ פי 2.}$$

$$\text{מכאן שההפרש המבוקש, הוא ההפרש בין } \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

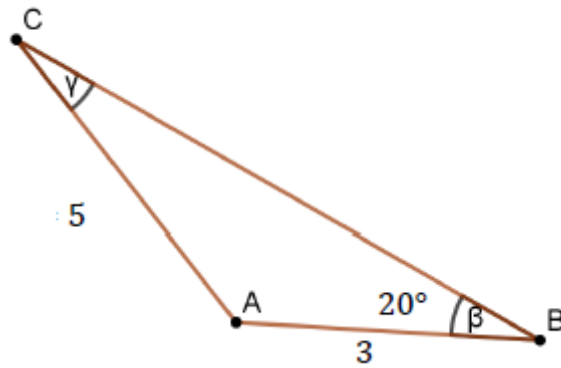
הפרש שיעורי ה- x מקסימום של $\sin x$ ו- $\sin 2x$.

ניתן, כמובן, לפתור על ידי גזירת כל אחת מהפונקציה, ומציאת שיעורי ה- x של נקודות המקסימום.

$$\text{תשובה: } AB = \frac{\pi}{4}$$

1 ד טריגונומטריה משפט הסינוסים

בגרות פ אפריל 20 דוגמה 3 משרד החינוך שאלון 35571



דן השתמש יפה במשפט הסינוסים, אולם טעה בשלב האחרון.
כידוע, סכום זוויות במשולש הוא 180° , כאשר אם $\gamma_2 = 168.18^\circ$, אז ביחד עם $\beta = 20^\circ$,
כבר עוברים את הסכום האפשרי.

מעבר לכך, הרי קיים משפט חפיפה צלע צלע זווית מול הצלע הגדולה מביניהן (משפט חפיפה רביעי).
לכן לא אפשרי שנקבל שתי אפשרויות למשולשים, כאשר ידועה הזווית שמול הצלע הגדולה.

תשובה: יש טעות בפתרון, יש לפסול את הפתרון $\gamma_2 = 168.18^\circ$.

נ.ב. דן שכח לציין שהוא עבד ב- $\triangle ABC$, וזאת דרישת חובה במבחני הבגרות.

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

- A - גרים ביישוב כפרי
 $\bar{A}$ - גרים ביישוב עירוני
 B - משתתפים בחוג לאומנות
 $\bar{B}$ - לא משתתפים בחוג לאומנות

ניתן לענות על השאלה גם ללא נוסחאות.
 חלק מהתלמידים גרים ביישוב עירוני, וחלק גרים ביישוב כפרי.
 מבין הגרים ביישוב עירוני, יש שמשתתפים בחוג לאומנות ויש שלא.
 מבין הגרים ביישוב כפרי, כולם משתתפים בחוג לאומנות.
 לכן, בוודאות יש תלות בין מקום המגורים, לבין ההשתתפות בחוג לאומנות.
 לסיכום: $P(B/A) \neq P(B/\bar{A})$, ולכן המאורעות תלויים.

ופתרון חלופי באמצעות טבלה

חלק מהתלמידים גרים ביישובים עירוניים וחלק גרים ביישובים כפריים, כלומר: $P(A), P(\bar{A}) \neq 0$.
 מבין הגרים ביישובים עירוניים, חלק משתתף בחוג לאומנות וחלק אחר אינו משתתף בחוג לאומנות,
 כלומר: $P(\bar{A} \cap B), P(\bar{A} \cap \bar{B}) \neq 0$.
 מבין הגרים ביישובים כפריים כל התלמידים משתתפים בחוג לאומנות, כלומר: $P(A \cap \bar{B}) = 0$.

	$\bar{A}$ גרים ביישוב עירוני	A גרים ביישוב כפרי	
$P(B)$	$P(B) - P(A)$	$P(A)$	B משתתפים בחוג לאומנות
		0	$\bar{B}$ לא משתתפים בחוג לאומנות
1	$1 - P(A)$	$P(A)$	

נבדוק האם יש אפשרות שהמאורעות "תלמיד גר ביישוב עירוני" ו"תלמיד משתתף בחוג לאומנות" יהיו בלתי תלויים.

$$\begin{aligned}
 P(B) \cdot (1 - P(A)) &\stackrel{?}{=} P(B) - P(A) \\
 P(B) - P(B) \cdot P(A) &\stackrel{?}{=} P(B) - P(A) \\
 -P(B) \cdot P(A) &\stackrel{?}{=} -P(A) \quad / : -P(A) < 0 \\
 P(B) &\stackrel{?}{=} 1
 \end{aligned}$$

וקבלנו שאין אפשרות שכזאת, כי אם $P(B) = 1$ נקבל שאין תלמיד שמשתתף בחוג לאומנות, ולכן אין תלמיד שגר ביישוב עירוני ואינו משתתף בחוג לאומנות – וזאת בסתירה לנתונים.
 תשובה: לא ייתכן שהמאורעות "תלמיד גר ביישוב עירוני" ו"תלמיד משתתף בחוג לאומנות" הם מאורעות בלתי תלויים.

ב. נגדיר את המאורעות הבאים:

$$P(\bar{B}) = 0.2 \rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.2$$

	$\bar{A}$ גרים בישוב עירוני	A גרים בישוב כפרי	
			B משתתפים בחוג לאומנות
			$\bar{B}$ לא משתתפים בחוג לאומנות
0.2	0.2	0	
1			

בוחרים 3 תלמידים מבית ספר גדול, לכן זו התפלגות בינומית,

כאשר נתון כי $n = 3$, $p = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.2$, $k = 2$.

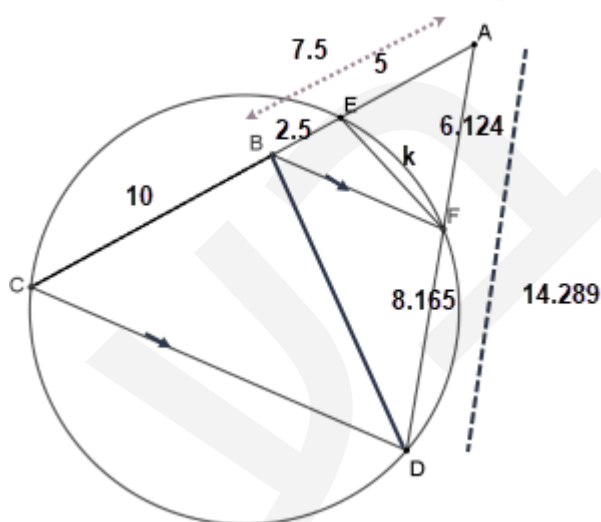
נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$P_3(2) = \binom{3}{2} \cdot 0.2^2 \cdot (1 - 0.2)^{3-2} = 3 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^1 = 0.096$$

תשובה: ההסתברות, שבדיוק שניים משלושת הנבחרים הם תלמידים שגרים בישוב עירוני ואינם משתתפים בחוג לאומנות, היא 0.096.

בגרות פ אפריל 20 דוגמה 3 משרד החינוך שאלון 35571

הסבר		טענה	נימוק
	1	$BF \parallel CD$	
	2	$\angle AEF = \angle FEC = 180^\circ$	זוויות צמודות משלימות ל- 180°
	3	$\angle D = \angle FEC = 180^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל 180°
1	4	$\angle AFB = \angle D$	זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים
4, 3, 2	5	$\angle AEF = \angle AFB$ (ז)	כלל המעבר
	6	$\angle A = \angle A$ (ז)	
6, 5	7	$\triangle FEA \sim \triangle BFA$	משפט דמיון זווית זווית
מ.ש.ל. א			
7	8	$\frac{FE}{BF} = \frac{FA}{BA} = \frac{EA}{FA}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
8	9	$\frac{FA}{7.5} = \frac{5}{FA} \rightarrow \boxed{FA = 6.124}$	
1	10	$\frac{AB}{BC} = \frac{AF}{FD}$	משפט תאלס
10	11	$\frac{7.5}{10} = \frac{6.124}{FD} \rightarrow \boxed{FD = 8.165}$	
מ.ש.ל. ב			



ג. נביע את BD באמצעות k .

$\triangle AEF$ לפי משפט הקוסינוסים.

$$\cos \angle A = \frac{(AE)^2 + (AF)^2 - (EF)^2}{2AE \cdot AF}$$

$$\cos \angle A = \frac{5^2 + 6.124^2 - k^2}{2 \cdot 5 \cdot 6.124}$$

$$\boxed{\cos \angle A = \frac{62.5 - k^2}{61.24}}$$

$\triangle BDA$ לפי משפט הקוסינוסים.

$$(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \angle A$$

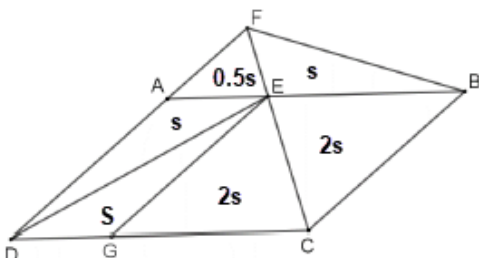
$$(BD)^2 = 7.5^2 + 14.289^2 - 2 \cdot 7.5 \cdot 14.289 \cdot \frac{62.5 - k^2}{61.24}$$

$$(BD)^2 = 260.43 - 3.4999(62.5 - k^2)$$

$$\boxed{BD = \sqrt{41.69 + 3.5k^2}} \quad \leftarrow BD > 0$$

תשובה: האורך של הקטע BD הוא $\sqrt{41.69 + 3.5k^2}$.

הסבר	טענה	נימוק
1	ABCD מקבילית	
2	$EG \parallel BC$	
1	$AB \parallel DC$	צלעות נגדיות מקבילות במקבילית
2, 3	EBCG מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
1	$AD \parallel BC$	צלעות נגדיות מקבילות במקבילית
2, 5	$EG \parallel AD$	
6	$\frac{DG}{GC} = \frac{FE}{EC}$	משפט תאלס
8	$\frac{S_{\triangle DGE}}{S_{\triangle GCE}} = \frac{DG}{GC}$	יחסי צלעות עם גובה משותף
9	$\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{FE}{EC}$	יחסי צלעות עם גובה משותף
4	$S_{\triangle BEC} = S_{\triangle BEF}$	אלכסון מקבילית חוצה לשני משולשים שווי שטח *
7, 8, 9, 10	$S_{\triangle DGE} = S_{\triangle BEF}$	כלל המעבר
מ.ש.ל. א		
	$AE : AB = 1 : 3 \rightarrow AE : EB = 1 : 3$	נתון וכללי פרופורציה
	$S_{\triangle AED} = S$	נתון
3, 6	AEGD מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
13, 14	$S_{\triangle DGE} = S$	אלכסון מקבילית חוצה לשני משולשים שווי שטח *
11, 15	$S_{\triangle BEF} = S$	כלל המעבר
5, 12	$\frac{FE}{EC} = \frac{AE}{EB} = \frac{1}{2}$	משפט תאלס הרחבה 2
16, 17	$S_{\triangle AFE} = 0.5S, S_{\triangle BEC} = 2S$	לפי יחסי צלעות עם גובה משותף
4	$S_{\triangle EGC} = 2S$	אלכסון מקבילית חוצה לשני משולשים שווי שטח *
13, 15, 16, 18, 19	$S_{\triangle BCD} = 7.5S$	סכום שטחים
מ.ש.ל. ב (1)		
13, 15, 18, 19	$S_{\triangle ABCD} = 6S$	סכום שטחים
21	$S_{\triangle ADB} = 3S$	אלכסון מקבילית חוצה לשני משולשים שווי שטח *
מ.ש.ל. ב (2)		

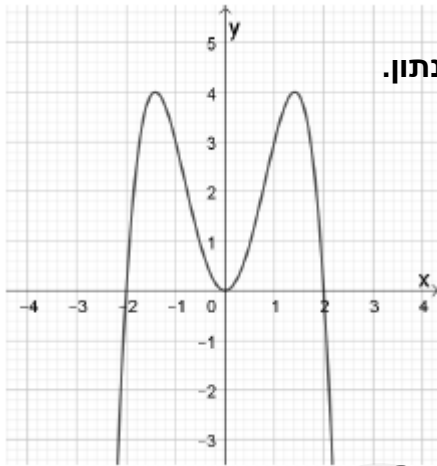


* במקבילית צלעות נגדיות שוות זו לזו,
 לכן האלכסון חוצה אותה לשני משולשים חופפים
 (עפ"י משפט חפיפה צלע צלע צלע),
 ומכאן ששטחי המשולשים שווים זה לזה.

- א. $f'(x)$ עוברת מחיוביות לשליליות, עבור $x = 2$ ולכן זו נקודות מקסימום של $f(x)$.
 $f'(x)$ עוברת משליליות לחיוביות, עבור $x = -2$ ולכן זו נקודות מינימום של $f(x)$.
 תשובה: $x = 2$ מקסימום, $x = -2$ מינימום.

- ב. $f'(x)$ עולה כאשר $x < -1.5$, או $0 < x < 1.5$, ולכן $f''(x) > 0$ ו- $f(x)$ קעורה כלפי מעלה $\cup$.
 $f'(x)$ יורדת כאשר $x > 1.5$, או $-1.5 < x < 0$, ולכן $f''(x) < 0$ ו- $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$.
 תשובה: $x < -1.5$, או $0 < x < 1.5$ קעורה כלפי מעלה $\cup$.
 $x > 1.5$, או $-1.5 < x < 0$ קעורה כלפי מטה $\cap$.

- ג. שיעורי x של נקודות הפיתול, בהתאם להשתנות הקעירות, והשיפועים שווים לערך הנגזרת הנתון בגרף.
 תשובה: שלוש נקודות פיתול והשיפועים: $x = -1.5, m = 4$, $x = 0, m = 0$, $x = 1.5, m = 4$.



- ד. נחשב את האינטגרל המבוקש, בהתבסס על ערכי הנגזרת מהסרטוט הנתון.

$$\int_{-1}^2 f''(x) dx = f'(x) \Big|_{-1}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} x=2: f'(2)=0 \\ x=-1: f'(-1)=3 \end{array} \right\} \int_{-1}^2 f''(x) dx = -3$$

תשובה: $\int_{-1}^2 f''(x) dx = -3$.

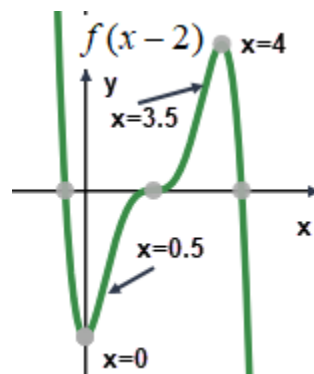
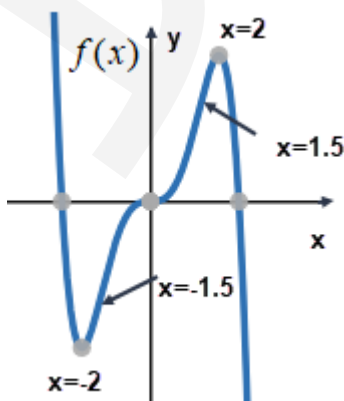
- ה. $f(x)$ פונקציה אי-זוגית, כלומר עוברת בראשית הצירים וסימטרית לנקודה זו.

- (1) חיתוך עם ציר ה- y מתקבל בראשית (בנקודת הפיתול של $f(x)$),

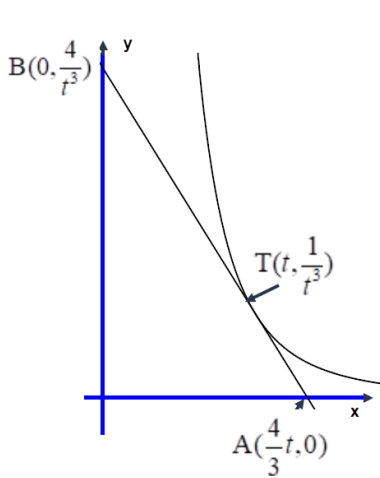
והשיפוע 0 על-פי הגרף של $f'(x)$, ולכן ציר ה- x הוא המשיק.

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 0$.

- (2) $f(x-2)$ היא הזזה 2 יחידות ימינה של $f(x)$.



א. הפונקציה שיש להביא לאינ'ואס היא סכום ניצבי המשולש AOB.



נסמן ב- $T(t, \frac{1}{t^3})$ את נקודת ההשקה.

גרף הפונקציה, בתחום $1 \leq t \leq 5$, חיובי.

$$f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

ולכן הפונקציה יורדת בתחום. $f'(x) = -3x^{-4} < 0$

ולכן הפונקציה קעורה כלפי מעלה ($\cup$) בתחום. $f''(x) = 12x^{-5} > 0$

בהתאם הציור משמאל.

ושיפוע המשיק הוא $m = -\frac{3}{t^4}$, $f'(x) = -\frac{3}{x^4}$

נמצא את משוואת המשיק: $y - \frac{1}{t^3} = -\frac{3}{t^4}(x - t)$

$$y = -\frac{3}{t^4}x + \frac{4}{t^3}$$

$$0 = -\frac{3}{t^4}x + \frac{4}{t^3} \rightarrow 0 = -3x + 4t \rightarrow x = \frac{4}{3}t$$

בהתאם: $A(\frac{4}{3}t, 0)$, $B(0, \frac{4}{t^3})$

פונקציית המטרה: $S(t) = \frac{4}{t^3} + \frac{4}{3}t$

נקודות קצה בתחום $1 \leq t \leq 5$: $(1, 5\frac{1}{3})$, $(5, 6.7)$

$$S'(t) = \frac{-12t^2}{t^6} + \frac{4}{3} = \frac{-36 + 4t^4}{3t^4}$$

$$-36 + 4t^4 = 0 \rightarrow t = \sqrt{3} \leftarrow 1 \leq t \leq 5$$

$$S(\sqrt{3}) = 3.08$$

בהתאם לערכי הפונקציה $S(t)$ בנקודות הקצה ובקיצון הפנימי – מתקבל ש- $x = \sqrt{3}$ מינימום.

תשובה: $x = \sqrt{3}$ מינימום, עבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.

ב. בהתאם לערכי הפונקציה $S(t)$ בנקודות הקצה ובקיצון הפנימי – מתקבל ש- $x = 5$ מקסימום.

תשובה: $x = 5$ מקסימום, עבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.

א. נמצא את תחומי ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

$$f(x) = x\sqrt{x^2 + x - 2} \text{ , המוגדרת בתחום שבו } x^2 + x - 2 \geq 0 .$$

מתקבלת פרבולה בעלת מינימום, שמתאפסת עבור $x = -2, 1$,

תשובה: $x \leq -2$ או $x \geq 1$.

$$g(x) = x\sqrt{2 - x - x^2} \text{ , המוגדרת בתחום שבו } 2 - x - x^2 \geq 0 .$$

מתקבלת פרבולה בעלת מקסימום, שמתאפסת עבור $x = -2, 1$,

תשובה: $-2 \leq x \leq 1$.

$$h(x) = x\sqrt{x^2 - 8} \text{ , המוגדרת בתחום שבו } x^2 - 8 \geq 0 .$$

מתקבלת פרבולה בעלת מינימום, שמתאפסת עבור $x = \pm\sqrt{8}$,

תשובה: $x \leq -\sqrt{8}$ או $x \geq \sqrt{8}$.

$$k(x) = x\sqrt{8 - x^2} \text{ , המוגדרת בתחום שבו } 8 - x^2 \geq 0 .$$

מתקבלת פרבולה בעלת מקסימום, שמתאפסת עבור $x = \pm\sqrt{8}$,

תשובה: $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$.

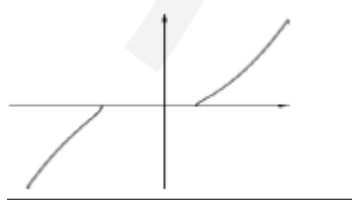
ב. נשים לב לכך שבגרפים הנתונים, יש שניים עם תחום מפוצל (ב, ד) ושניים עם תחום רציף (א, ג).

וגם נשים לב לכך שבגרפים הנתונים, יש שניים של פונקציה אי-זוגית (ב, ג) הסימטריים לראשית הצירים.



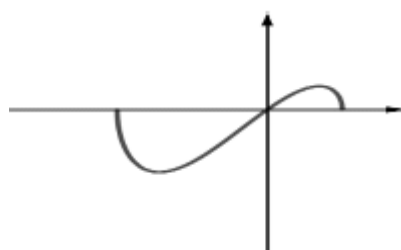
גרף ב – גרף מפוצל, של פונקציה אי-זוגית

$$\text{לכן } h(x) = x\sqrt{x^2 - 8}$$



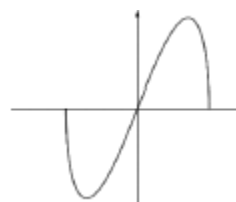
גרף ד – גרף מפוצל של פונקציה לא זוגית

$$\text{ולא אי-זוגית, לכן } f(x) = x\sqrt{x^2 + x - 2}$$



גרף א – גרף רציף של פונקציה לא זוגית ולא אי-זוגית,

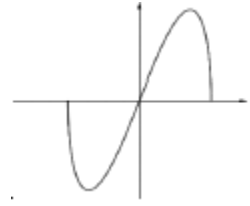
$$\text{לכן } g(x) = x\sqrt{2 - x - x^2}$$



גרף ג – גרף רציף של פונקציה אי-זוגית,

$$\text{לכן } k(x) = x\sqrt{8 - x^2}$$

ג. $k(x) = x\sqrt{8-x^2}$, מוגדרת בתחום $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$, עם הגרף הנתון כבר.



שתי נקודות קצה: $(\sqrt{8}, 0)$ מינימום, $(-\sqrt{8}, 0)$ מקסימום.

$$k'(x) = \frac{\sqrt{8-x^2} - x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{8-x^2}}}{8-x^2}$$

$$k'(x) = \frac{8-x^2-x^2}{(8-x^2)\sqrt{8-x^2}}$$

$$k'(x) = \frac{8-2x^2}{\sqrt{(8-x^2)^3}}$$

$$0 = 8 - 2x^2$$

$$(2, 4) \quad \text{max}$$

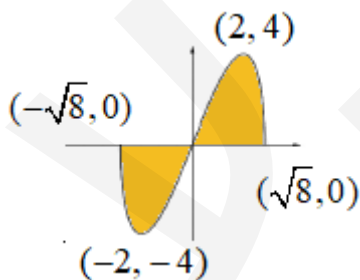
$$(-2, -4) \quad \text{min}$$

זיהוי סוג הקיצון נקבע על פי הגרף הנתון, או על-פי השתנות ערכי ה- y בתחום ההגדרה הרציף.

תשובה: $(\sqrt{8}, 0)$ מינימום, $(2, 4)$ מקסימום, $(-2, -4)$ מינימום, $(-\sqrt{8}, 0)$ מקסימום.

ד. נחשב את נפח גוף הסיבוב המבוקש.

אומנם שני השטחים המבוקשים שווים, אבל בחישוב נפח ניתן לחשב אותם ביחד.



$$V = \pi \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} (x\sqrt{8-x^2})^2 dx = \pi \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} (x^2(8-x^2)) dx$$

$$V = \pi \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} (8x^2 - x^4) dx$$

$$V = \pi \left(\frac{8x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \sqrt{8}: \quad 24.14\pi \\ x = -\sqrt{8}: \quad -24.14\pi \end{array} \right\} V = 48.27\pi \approx 151.65$$

תשובה: נפח גוף הסיבוב הוא $48.27\pi \approx 151.65$.