

שאלון 35472 מועד קיץ תשפ"א

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי
התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:

שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35472 מועד
חורף נבצרים תשפ"ב.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. בסיס התיבה הוא ריבוע, שאורך צלעו 6, ואורך המקצוע הצדדי (גובה התיבה) הוא 12.

בהתאם המקצועות הצדדים מאונכים לבסיסים.

$$\overline{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 6 \quad \underline{u}^2 = 36$$

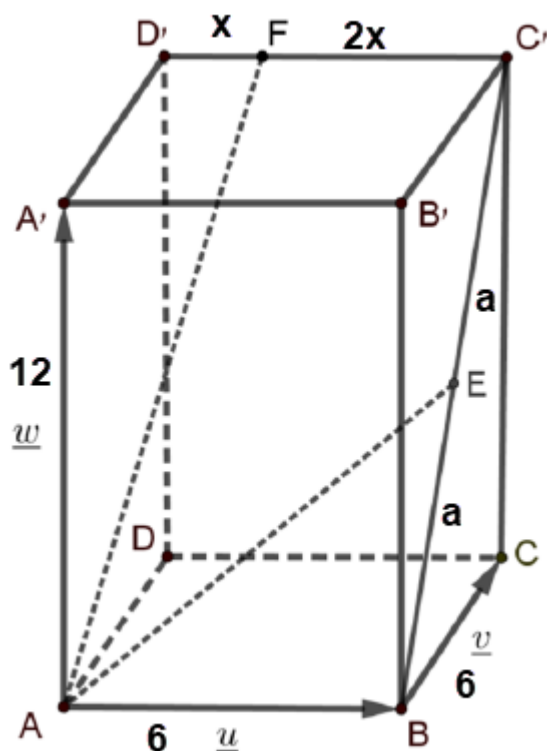
$$\overline{AD} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 6 \quad \underline{v}^2 = 36$$

$$\overline{AA'} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 12 \quad \underline{w}^2 = 144$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{v}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{w}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{v} \perp \underline{w}$$



מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים ?

$$D'F:FC' = 1:2 \rightarrow D'F = \frac{1}{3}D'C'$$

$$\overrightarrow{D'F} = \frac{1}{3}\underline{u} \quad \overrightarrow{FC'} = \frac{2}{3}\underline{u}$$

E היא מפגש אלכסוני הפאה BB'C'C.

הפאה היא מלבן, והאלכסונים חוצים זה את זה,

ולכן E היא אמצע האלכסון BC'.

$$\overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{BC'}$$

$$\overline{BE} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{CC'})$$

$$\overline{BE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

נביע גם את הווקטורים $\overline{AE}$ ו- $\overline{AF}$, באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

$$\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$$

$$\overline{AE} = \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\overline{AF} = \overline{AA'} + \overline{A'D'} + \overline{D'F}$$

$$\overline{AF} = \underline{w} + \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{u}$$

$$\overline{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

$$\text{תשובה: } \overline{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}, \quad \overline{AE} = \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}, \quad \overline{BE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

ב. (1) נראה כי $\angle ABE = 90^\circ$.

הסבר: מקצוע הבסיס AB מאונך לפאה BB'C'C,

ולכן מאונך לכל ישר העובר בפאה, ובפרט ל- BE.

הסבר מקדים: AB מאונך ל- BC (כי הבסיס ריבוע) וגם ל- BB' (פאות המנסרה הן מלבנים),

ולכן מאונך לפאה.

ניתן גם על ידי כפל סקלרי (לא נדרש):

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = \underline{u} \cdot \left(\frac{1}{2} \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} \right)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{w}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = 0 \rightarrow \boxed{AB \perp BE}$$

תשובה: הראינו כי $\angle ABE = 90^\circ$.

(2) נחשב את אורך הווקטור $\overrightarrow{BE}$.

דרך אחת

על פי משפט פיתגורס $\triangle BCC'$:

$$(BC')^2 = (BC)^2 + (CC')^2$$

$$(BC')^2 = 6^2 + 12^2 = 180$$

$$BC' = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$BE = \frac{1}{2} BC' = 3\sqrt{5}$$

תשובה: אורך הווקטור $\overrightarrow{BE}$ הוא $3\sqrt{5}$.

דרך שנייה

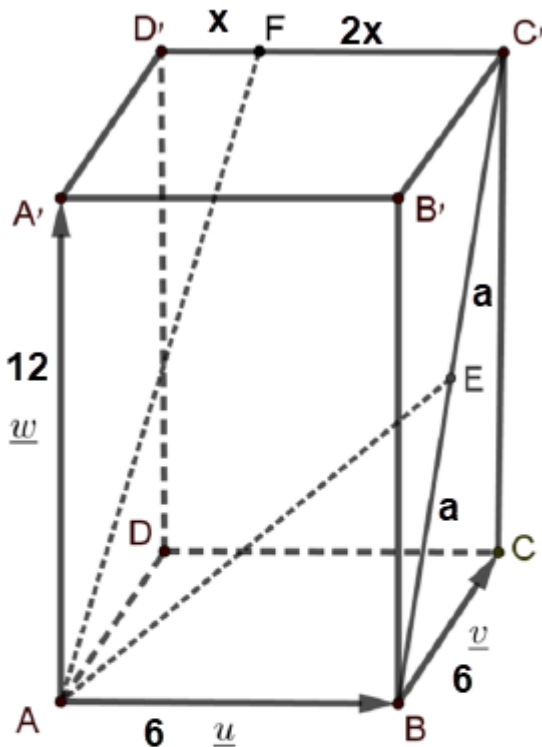
$$|\overrightarrow{BE}| = \left| \frac{1}{2} \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} \right|$$

$$|\overrightarrow{BE}| = \sqrt{\frac{1}{4} \underline{v}^2 + \frac{1}{4} \underline{w}^2} \leftarrow \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$$

$$|\overrightarrow{BE}| = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 36 + \frac{1}{4} \cdot 144}$$

$$\boxed{|\overrightarrow{BE}| = 3\sqrt{5}}$$

תשובה: אורך הווקטור $\overrightarrow{BE}$ הוא $3\sqrt{5}$.



$$\overrightarrow{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 6 \quad \underline{u}^2 = 36$$

$$\overrightarrow{AD} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 6 \quad \underline{v}^2 = 36$$

$$\overrightarrow{AA'} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 12 \quad \underline{w}^2 = 144$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{v}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{w}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{v} \perp \underline{w}$$

ג. (1) נחשב את אורכי הווקטורים $\vec{AE}$ ו- $\vec{AF}$.

$$\vec{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

$$|\vec{AF}| = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}\right)^2}$$

$$|\vec{AF}| = \sqrt{\frac{1}{9}\underline{u}^2 + \underline{v}^2 + \underline{w}^2}$$

$$|\vec{AF}| = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 36 + 36 + 144}$$

$$|\vec{AF}| = 2\sqrt{46} \approx 13.56$$

$$\vec{AE} = \underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\left(\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}\right)^2}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\underline{u}^2 + \frac{1}{4}\underline{v}^2 + \frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{36 + \frac{1}{4} \cdot 36 + \frac{1}{4} \cdot 144}$$

$$|\vec{AE}| = 9$$

(את אורך $\vec{AE}$ ניתן לחשב גם במשפט פיתגורס ב- $\triangle ABE$.)

תשובה: $|\vec{AE}| = 9$, $|\vec{AF}| = 2\sqrt{46} \approx 13.56$.

הערה: בחישובים נעשה שימוש בנוסחת כפל מקוצר: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.
אם לא למדתם את הנוסחה, וזה ממש סבבה בארבע יחידות, אז מומלץ להשתמש בחוק הפילוג המורחב.

$$|\vec{AF}| = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}\right)\left(\frac{1}{3}\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}\right)}$$

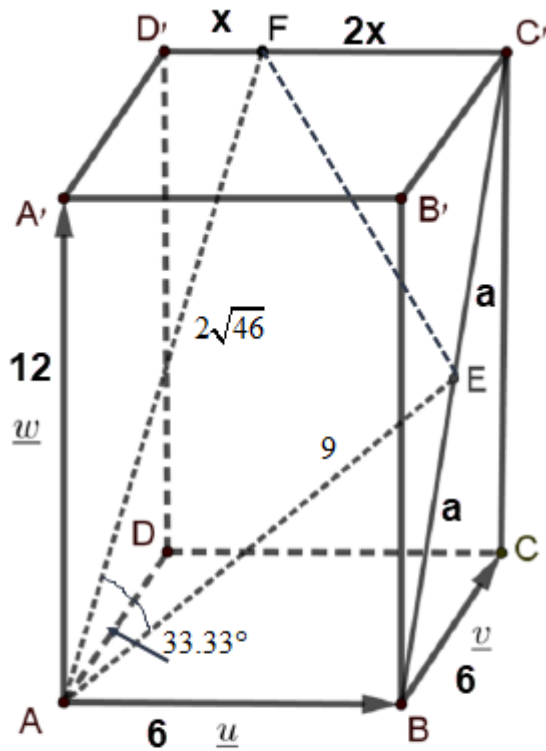
$$|\vec{AF}| = \sqrt{\frac{1}{9}\underline{u}^2 + \underline{v}^2 + \underline{w}^2}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\left(\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}\right)\left(\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}\right)}$$

$$|\vec{AE}| = \sqrt{\underline{u}^2 + \frac{1}{4}\underline{v}^2 + \frac{1}{4}\underline{w}^2}$$

התוצאה נראית ממש זהה, כי במקרה זה: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w} = 0$,

ואין טעם לרשום את המכפלות המתאפסות.



$$\overline{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 6 \quad \underline{u}^2 = 36$$

$$\overline{AD} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 6 \quad \underline{v}^2 = 36$$

$$\overline{AA'} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 12 \quad \underline{w}^2 = 144$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{v}$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{u} \perp \underline{w}$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0 \leftarrow \underline{v} \perp \underline{w}$$

(2) נחשב את גודל הזווית EAF.

$$\cos \angle EAF = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{AF}}{|\overline{AE}| \cdot |\overline{AF}|} \quad \text{תכנון:}$$

$$\overline{AE} \cdot \overline{AF} = \left(\underline{u} + \frac{1}{2} \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \underline{u} + \underline{v} + \underline{w} \right)$$

$$\overline{AE} \cdot \overline{AF} = \frac{1}{3} \underline{u}^2 + \frac{1}{2} \underline{v}^2 + \frac{1}{2} \underline{w}^2$$

$$\overline{AE} \cdot \overline{AF} = \frac{1}{3} \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot 36 + \frac{1}{2} \cdot 144$$

$$\overline{AE} \cdot \overline{AF} = 102$$

$$\cos \angle EAF = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{AF}}{|\overline{AE}| \cdot |\overline{AF}|}$$

$$\cos \angle EAF = \frac{102}{9 \cdot 2\sqrt{46}} = 0.8355$$

$$\angle EAF = 33.33^\circ$$

תשובה: $\angle EAF = 33.33^\circ$.

(3) נחשב את שטח המשולש EAF.

$$S_{\triangle EAF} = 0.5 \cdot AE \cdot AF \cdot \sin \angle EAF$$

$$S_{\triangle EAF} = 0.5 \cdot 9 \cdot 2\sqrt{46} \cdot \sin 33.33^\circ$$

$$S_{\triangle EAF} = 33.54$$

תשובה: שטח המשולש EAF הוא 33.54.

א. נתונה פירמידה מרובעת (לא נאמר שהיא ישרה), $SABCD$.

(1) נתון: $D(-3, -2, 0)$, $C(0, 4, -9)$, $B(6, 1, 0)$, $A(3, -5, 9)$, $S(6, -19, -10)$.

נוכיח כי בסיס הפירמידה הוא מקבילית.

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{DC} &= \underline{C} - \underline{D} = \underline{x} = (3, 6, -9) \\ \overrightarrow{AB} &= \underline{B} - \underline{A} = \underline{x} = (3, 6, -9) \end{aligned} \right\} DC = AB, DC \parallel AB$$

קיבלנו זוג צלעות נגדיות מקבילות וגם שוות, ולכן המרובע הוא מקבילית.
תשובה: הוכחנו כי בסיס הפירמידה $ABCD$ הוא מקבילית.

(2) נחשב את גודל הזווית החדה של המקבילית.

$$\cos \angle BAD = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} \quad \text{תכנון:}$$

$$\overrightarrow{AD} = \underline{D} - \underline{A} = \underline{x} = (-6, 3, -9)$$

$$|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(-6)^2 + 3^2 + (-9)^2}$$

$$|\overrightarrow{AD}| = 3\sqrt{14}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3^2 + 6^2 + (-9)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = 3\sqrt{14}$$

הערה: קבלנו ש- $AB = AD$, ולכן בסיס הפירמידה הוא מעוין.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = (3, 6, -9) \cdot (-6, 3, -9) = -18 + 18 + 81 = 81$$

$$\cos \angle BAD = \frac{81}{3\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{14}} = \frac{9}{14}$$

$$\angle BAD = 49.99^\circ$$

הערה: אם זווית זו הייתה קהה, אז זווית המקבילית הסמוכה לה הייתה חדה.
לא ניתן היה לדעת מראש איזו זווית אמורה להיות זווית חדה.

(3) נחשב את שטח המקבילית.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAD$$

$$S_{ABCD} = 3\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{14} \cdot \sin 49.99^\circ$$

$$S_{ABCD} = 96.514$$

תשובה: שטח המקבילית הוא 96.514.

ב. נתון כי הנקודה K מקיימת: $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DB}$.

(1) הווקטור $\overrightarrow{DK}$ והווקטור $\overrightarrow{DB}$ יוצאים מאותה נקודה, וגם תלויים לינארית (יוצאים לאותו כיוון).

דרך אחרת לומר זאת היא ש- $\overrightarrow{DK}$ קולינארי ל- $\overrightarrow{DB}$, כי הוא מכפלה שלו בסקלר $(\frac{1}{3})$.

לכן K נמצאת על האלכסון DB, ומחלקת אותו ביחס $DK : KB = 1 : 2$.

(2) נחשב את שיעורי הנקודה K.

$$\overrightarrow{DB} = \underline{B} - \underline{D} = \underline{x} = (9, 3, 0)$$

$$\overrightarrow{DK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DB} = \frac{1}{3} \cdot (9, 3, 0)$$

$$\overrightarrow{DK} = \underline{x} = (3, 1, 0)$$

$$\overrightarrow{DK} = \underline{K} - \underline{D}$$

$$\underline{K} = (-3, -2, 0) + (3, 1, 0)$$

$$\underline{K}(0, -1, 0)$$

תשובה: $K(0, -1, 0)$.

ג. נתון כי SK מאונך למישור הבסיס ABCD, ולכן הוא גובה הפירמידה.

$$\overrightarrow{SK} = \underline{K} - \underline{S} = \underline{x} = (-6, 18, 10)$$

$$|\overrightarrow{SK}| = \sqrt{(-6)^2 + 18^2 + 10^2}$$

$$|\overrightarrow{SK}| = 2\sqrt{115}$$

$$V_{SABCD} = \frac{S_{ABCD} \cdot SK}{3}$$

$$V_{SABCD} = \frac{96.514 \cdot 2\sqrt{115}}{3}$$

$$V_{SABCD} \approx 690$$

תשובה: נפח הפירמידה SABCD הוא 690 יחידות נפח.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

בתחום ההגדרה מכנה שונה מאפס.

$$x \neq 1 \quad x-1 \neq 0$$

תשובה: תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x \neq 1$.

ב. תשובה: משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה היא $x=1$.

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), ונקבע את סוגן.

$$f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(x-1-1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$$

$$0 = x - 2$$

$$x = 2 \rightarrow f(2) = \frac{e^2}{2-1} = e^2 \rightarrow (2, e^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(1.5) = \frac{-}{+} < 0 \quad \searrow \\ f'(3) = \frac{+}{+} > 0 \quad \nearrow \end{array} \right\} (2, e^2), \min$$

$$f'(0) = \frac{-}{+} < 0 \quad \searrow$$

תשובה: $(2, e^2)$, מינימום.

ד. מונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ חיובי, ולכן סימן ערכי הפונקציה נקבע על פי המכנה.

$$f(x) > 0 \quad \text{כאשר } x-1 > 0, \text{ כלומר עבור } x > 1.$$

תשובה: הסברנו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית עבור $x > 1$.

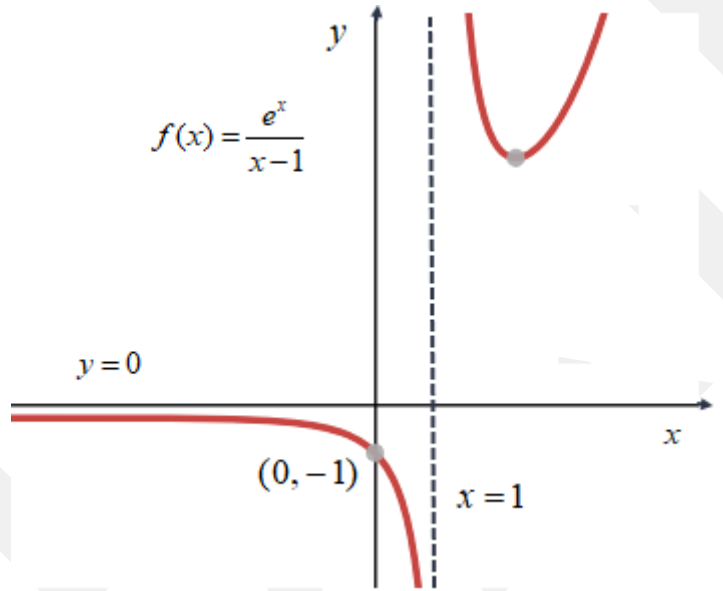
ה. נסרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

שלוש הצבות זריזות לפני הסרטוט.

$f(10) = 2,447 \rightarrow +\infty$ ואין אסימפטוטה אופקית לימין.

$f(-10) = -4.13 \cdot 10^{-6} \rightarrow 0^-$ ו- $y=0$ אסימפטוטה אופקית לשמאל, עבור $x \rightarrow -\infty$.

$f(0) = -1$ ו- $(0, -1)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- y .



תשובה: הסרטוט מעל.

ו. שיקולים לבחירת גרף הנגזרת.

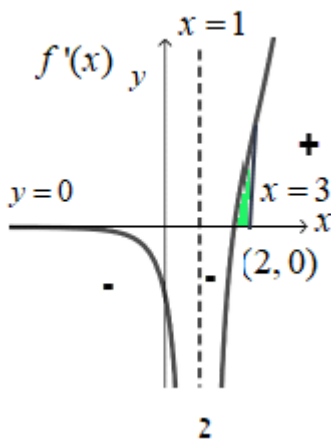
$f'(x) = 0$ כאשר $x = 2$, ולכן $(2, 0)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x .

$f'(x) > 0$ עבור $x > 2$, כאשר $f(x)$ עולה.

$f'(x) < 0$ עבור $0 < x < 2$ או $x < 0$, כאשר $f(x)$ יורדת.

אסימפטוטות אנכיות: $y=0$ לשמאל, ו- $x=1$.

תשובה: גרף 2 הוא גרף הנגזרת $f'(x)$ (בסרטוט הוספנו את הישר $x=3$, וסימנו את השטח עבור סעיף ז).



ז. נחשב את השטח המבוקש, הצבוע בירוק משמאל למעלה.

$$S = \int_2^3 (f'(x) - 0) dx$$

$$S = (f(x)) \Big|_2^3$$

$$\left. \begin{array}{l} x=3: \frac{e^3}{2} \\ x=2: e^2 \end{array} \right\} S = \frac{e^3}{2} - e^2 \approx 2.6537$$

תשובה: השטח המוגבל הוא $\frac{e^3}{2} - e^2 \approx 2.6537$ יחידות שטח.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - a \ln x - 3$.

ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x=e$, ולכן $f'(e) = 0$.

$$f'(x) = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - a \cdot \frac{1}{x}$$

$$0 = \frac{2 \ln e}{e} - \frac{a}{e} \quad / \cdot e$$

$$0 = 2 - a$$

$$\boxed{a = 2}$$

תשובה: $a = 2$.

ב. נציב $a = 2$, והפונקציה היא $\boxed{f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x - 3}$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית גדול מאפס, לכן $x > 0$.

תשובה: $x > 0$.

(2) בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$:

$$(\ln x)^2 - 2 \ln x - 3 = 0 \quad \boxed{\ln x = t}$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$t = 3 \rightarrow \ln x = 3 \rightarrow x = e^3 \rightarrow \boxed{(e^3, 0)}$$

$$t = -1 \rightarrow \ln x = -1 \rightarrow x = e^{-1} \rightarrow \boxed{\left(\frac{1}{e}, 0\right)}$$

אין חיתוך עם ציר ה- y , כי $x > 0$ בתחום ההגדרה.

תשובה: $(e^3, 0)$, $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), ונקבע את סוגן.

$$f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x - 3$$

$$f'(x) = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - 2 \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{2 \ln x - 2}{x}$$

$$0 = 2 \ln x - 2$$

$$\ln x = 1$$

$$x = e \rightarrow f(e) = (\ln e)^2 - 2 \ln e - 3 = -4 \rightarrow (e, -4)$$

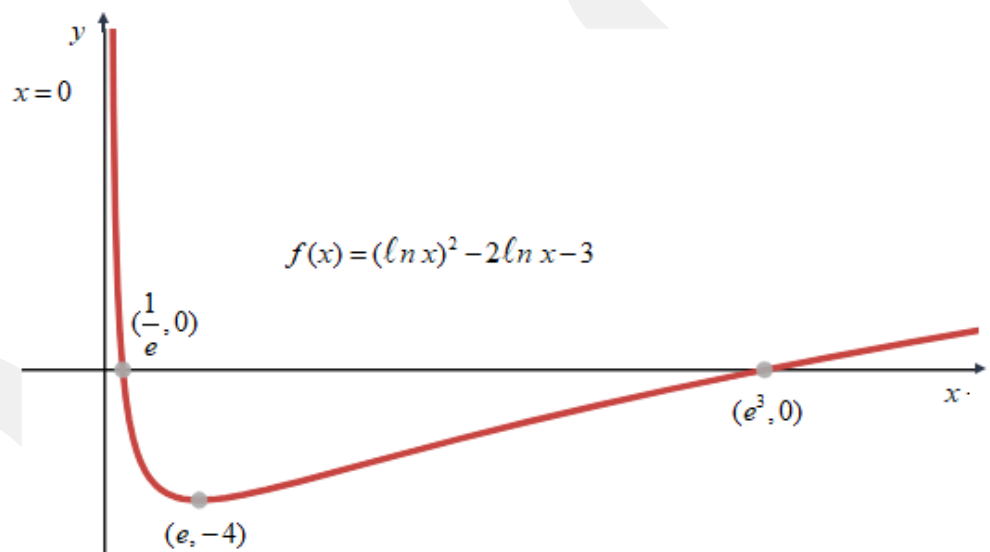
$$\left. \begin{array}{l} f'(2.5) = \frac{-}{+} < 0 \searrow \\ f'(3) = \frac{+}{+} > 0 \nearrow \end{array} \right\} (e, -4), \min$$

תשובה: $(e, -4)$, מינימום.

ג. לפני הסקיצה, שתי הצבות ליתר ביטחון.

כאשר $x \rightarrow +\infty$, למשל $f(10,000) = 63.41 \rightarrow +\infty$, ואין אסימפטוטה אופקית לימין.

כאשר $x \rightarrow 0^+$, למשל $f(0.00001) = 153 \rightarrow +\infty$ ו- $x = 0$ אסימפטוטה אנכית, היחידה שקיימת על פי הנתון.



תשובה: הסקיצה מעל.

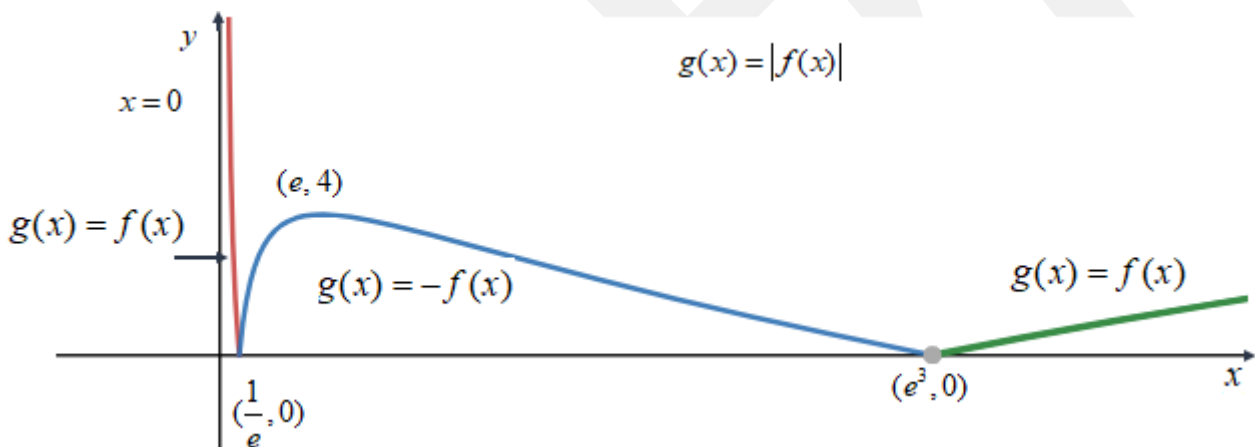
ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

(1) שיקולים לסרטוט גרף הפונקציה $g(x)$.

(בבחינת הבגרות, לא ביקשו לנמק – די בציור.)

נציג את הממצאות

- הערך המוחלט של הפונקציה $f(x)$ הופך את כל הנקודות ששיעור ה- y שלהן שלילי, לנקודות עם שיעור y חיובי.
- תחום ההגדרה אינו משתנה, ונשאר $x > 0$.
- האסימפטוטה האנכית, $x = 0$, ללא שינוי.
- חלק הגרף שבתחום $\frac{1}{e} < x < e^3$ הופך לחיובי, ובתחום זה $g(x) = -f(x)$.
- בשאר התחום $g(x) = f(x)$.
- נקודות האפס $(\frac{1}{e}, 0)$, $(e^3, 0)$, הופכות להיות נקודות קיצון, מינימום.
- נקודת המינימום $(e, -4)$ הופכת להיות $(e, 4)$ נקודת מקסימום.



תשובה: הסרטוט מעל.

(2) תשובה: $(\frac{1}{e}, 0)$, $(e^3, 0)$ מינימום, $(e, 4)$ מקסימום.

א. נתונות שתי פונקציות $f(x) = e^{2x}$, ו- $g(x) = e^{x-1}$.

תשובה: תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא כל x . תחום ההגדרה של $g(x)$ הוא כל x .

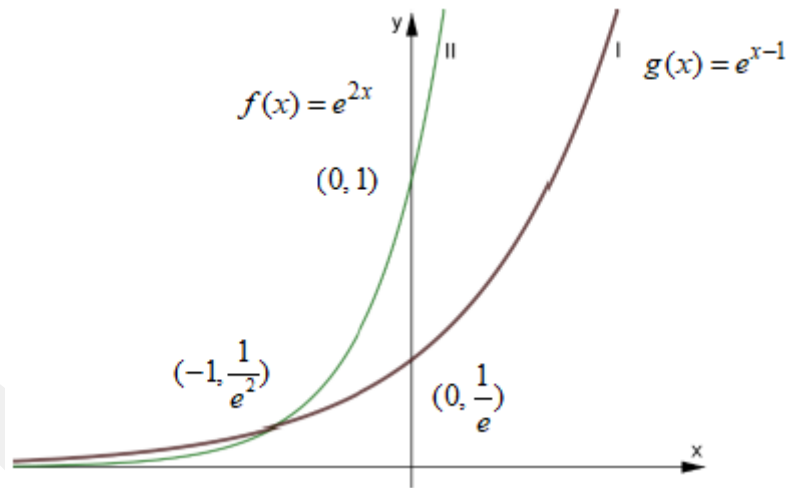
ב. נדהה את שתי הפונקציות על ידי נקודת החיתוך, השונה על פי הציור, עם ציר ה- y .

$$f(0) = e^{2 \cdot 0} = 1 \rightarrow (0, 1)$$

$$g(0) = e^{0-1} = e^{-1} \rightarrow (0, \frac{1}{e})$$

$\frac{1}{e} < 1$, ולכן גרף I מתאים לפונקציה $g(x)$, וגרף II מתאים לפונקציה $f(x)$.

תשובה: גרף I - $g(x)$, גרף II - $f(x)$.



ג. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות.

$$\begin{cases} y = e^{2x} \\ y = e^{x-1} \end{cases}$$

$$e^{2x} = e^{x-1}$$

$$2x = x - 1$$

$$x = -1 \rightarrow y = e^{-1-1} = e^{-2} \quad \boxed{(-1, \frac{1}{e^2})}$$

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות הם $(-1, \frac{1}{e^2})$.

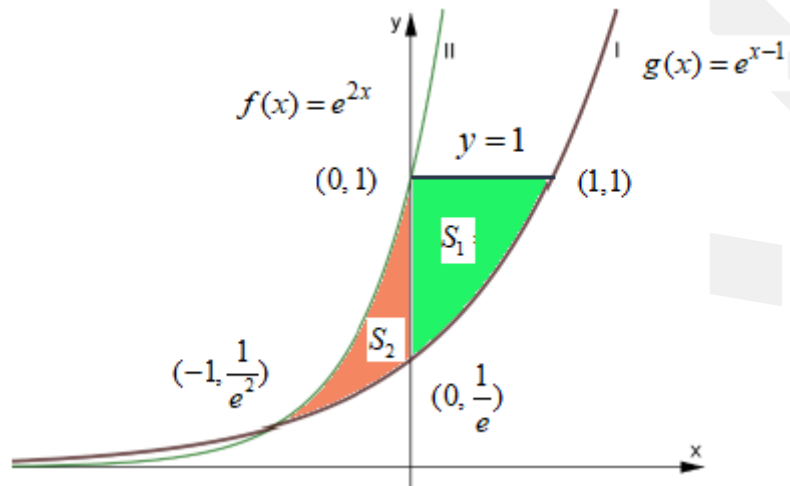
ד. (1) נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של הישר $y=1$ עם שתי הפונקציות.

$$e^{2x} = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,1)$$

$$e^{x-1} = 1 \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow (1,1)$$

תשובה: נקודות החיתוך עם הישר $y=1$ הן: עבור $f(x)$ - $(0,1)$ ועבור $g(x)$ - $(1,1)$.

(2) נחשב את השטח המבוקש, על ידי חלוקתו לשני שטחים.



$$S_2 = \int_{-1}^0 (e^{2x} - e^{x-1}) dx$$

$$S_2 = \left(\frac{e^{2x}}{2} - e^{x-1} \right) \Big|_{-1}^0$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0: = 0.1321 \\ x=-1: = -0.0677 \end{array} \right\} S_2 = 0.1998$$

$$S_1 = \int_0^1 (1 - e^{x-1}) dx$$

$$S_1 = (x - e^{x-1}) \Big|_0^1$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1: 0 \\ x=0: -e^{-1} = -\frac{1}{e} \end{array} \right\} S_1 = \frac{1}{e}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{e} + 0.1998 = 0.5677 \text{ וגודל השטח המבוקש:}$$

תשובה: השטח המוגבל הוא 0.5677.