

שאלון 35472 מועד מיוחד תשפ"א

מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי
התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:

שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35472
מועד מיוחד תשפ"א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. בסיס הפירמידה הישר SABCD הוא ריבוע, שאורך צלעו 1.

צלעות הריבוע מאונכות זו לזו, ולכן: $\underline{u} \perp \underline{v} \leftarrow \underline{u} \cdot \underline{v} = 0$.

$|\underline{w}| = 1$. נתון שכל הפאות הן משולשים שווי צלעות, ולכן אורך כל המקצועות הצדדים הוא 1,

וכל הזוויות בפאות הצדדיות הן 60° .

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = |\underline{u}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle SAB = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 0.5$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = |\underline{v}| \cdot |\underline{w}| \cdot \cos \angle SAD = 1 \cdot 1 \cdot \cos 60^\circ = 0.5$$

תשובה: $\underline{v} \cdot \underline{w} = 0.5$, $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0.5$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$.

ב. מה עוד ניתן ללמוד מהנתונים?

$$\overline{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 1 \quad \underline{u}^2 = 1$$

$$\overline{AD} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 1 \quad \underline{v}^2 = 1$$

$$\overline{AS} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 1 \quad \underline{w}^2 = 1$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0.5$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0.5$$

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

$$\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AD}$$

$$\overline{AE} = \frac{1}{2} \underline{v}$$

נביע את הווקטורים $\overline{SE}$ ו- $\overline{SB}$, באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

$$\overline{SE} = \overline{SA} + \overline{AE}$$

$$\overline{SE} = \frac{1}{2} \underline{v} - \underline{w}$$

$$\overline{SB} = \overline{SA} + \overline{AB}$$

$$\overline{SB} = \underline{u} - \underline{w}$$

תשובה: $\overline{SB} = \underline{u} - \underline{w}$, $\overline{SE} = \frac{1}{2} \underline{v} - \underline{w}$.

ג. (1) נחשב את $\angle BSE$.

$$\cos \angle BSE = \frac{\vec{SE} \cdot \vec{SB}}{|\vec{SE}| \cdot |\vec{SB}|} \quad \text{תכנון:}$$

$$\vec{SE} = \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$$

$$|\vec{SE}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}\right)^2}$$

$$|\vec{SE}| = \sqrt{\frac{1}{4}\underline{v}^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \underline{v} \cdot \underline{w} + \underline{w}^2}$$

$$|\vec{SE}| = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 1 - \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$|\vec{SE}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|\vec{SB}| = 1 \quad \leftarrow SB = SA = 1$$

$$\vec{SE} \cdot \vec{SB} = \left(\frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}\right) \cdot (\underline{u} - \underline{w})$$

$$\vec{SE} \cdot \vec{SB} = -\frac{1}{2} \cdot \underline{v} \cdot \underline{w} - \underline{u} \cdot \underline{w} + \underline{w}^2$$

$$\vec{SE} \cdot \vec{SB} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1$$

$$\vec{SE} \cdot \vec{SB} = \frac{1}{4}$$

$$\cos \angle BSE = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\angle BSE = 73.22^\circ$$

תשובה: $\angle BSE = 73.22^\circ$.

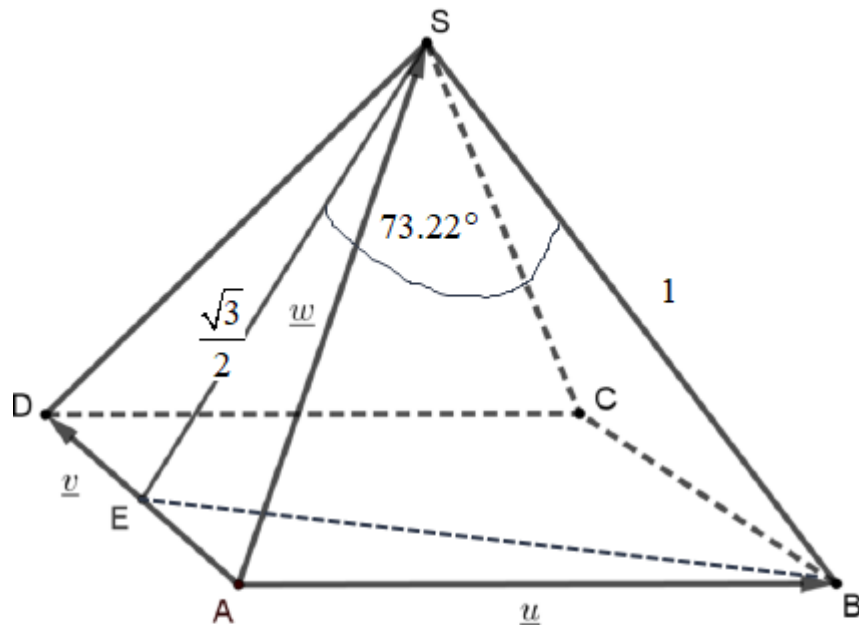
(2) נחשב את שטח המשולש BSE.

$$S_{\triangle BSE} = 0.5 \cdot SE \cdot SB \cdot \sin \angle BSE$$

$$S_{\triangle BSE} = 0.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \cdot \sin 73.22^\circ$$

$$S_{\triangle BSE} = 0.4146$$

תשובה: שטח משולש BSE הוא 0.4146.



$$\vec{AB} = \underline{u} \quad |\underline{u}| = 1 \quad \underline{u}^2 = 1$$

$$\vec{AD} = \underline{v} \quad |\underline{v}| = 1 \quad \underline{v}^2 = 1$$

$$\vec{AS} = \underline{w} \quad |\underline{w}| = 1 \quad \underline{w}^2 = 1$$

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$$

$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0.5$$

$$\underline{v} \cdot \underline{w} = 0.5$$

ד. הנקודה F היא אמצע המקצוע AD .

(1) ב- $\triangle ASB$, AF הוא התיכון לצלע BS .

$$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AS}$$

$$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2} \underline{u} + \frac{1}{2} \underline{w}$$

נביע את הווקטור $\overrightarrow{DF}$, באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{DF} = -\underline{v} + \frac{1}{2} \underline{u} + \frac{1}{2} \underline{w}$$

$$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2} \underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w}$$

תשובה: $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2} \underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w}$.

(2) נבדוק האם הווקטורים $\overrightarrow{DF}$ ו- $\overrightarrow{SB}$ מאונכים זה לזה,

על ידי בדיקה האם מכפלתם הסקלרית היא 0 .

$$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{SB} = \left(\frac{1}{2} \underline{u} - \underline{v} + \frac{1}{2} \underline{w} \right) \cdot (\underline{u} - \underline{w})$$

$$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{1}{2} \underline{u}^2 - \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{w} + \underline{v} \cdot \underline{w} + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{w} - \frac{1}{2} \underline{w}^2$$

$$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{1}{2}$$

מכאן שהזווית בין $\overrightarrow{DF}$ ו- $\overrightarrow{SB}$ היא חדה , והם אינם מאונכים זה לזה.

תשובה: הווקטורים $\overrightarrow{DF}$ ו- $\overrightarrow{SB}$ אינם מאונכים זה לזה.

הערה: בחישובים נעשה שימוש בנוסחת כפל מקוצר: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

אם לא יישתמשו נוסחה זו, וזה ממש סבבה בארבע יחידות, אז מומלץ להשתמש בחוק הפילוג המורחב.

$$|\overrightarrow{SE}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \underline{v} - \underline{w}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \underline{v} - \underline{w}\right)} = \sqrt{\frac{1}{4} \underline{v}^2 - \frac{1}{2} \underline{v} \cdot \underline{w} + \underline{w}^2}$$

לדוגמה :

$$|\overrightarrow{SE}| = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

כמו כן, כאשר כפלנו וקטורים שמאונכים זה לזה, לא רשמנו את מכפלתם הסקלרית,

כי אין טעם לרשום את המכפלות המתאפסות.

א. נתונה מנסרה (לא נאמר שהיא ישרה), $ABCD A' B' C' D'$.

(1) נתון: $D(-1, 2, 4)$, $C(1, 3, 1)$, $B(0, 5, 4)$, $A(-2, 4, 7)$, $D'(-10, 5, 1)$.

נוכיח כי בסיס הפירמידה הוא מעוין.

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{DC} &= \underline{C} - \underline{D} = \underline{x} = (2, 1, -3) \\ \overrightarrow{AB} &= \underline{B} - \underline{A} = \underline{x} = (2, 1, -3) \end{aligned} \right\} DC = AB, DC \parallel AB$$

קיבלנו זוג צלעות נגדיות מקבילות וגם שוות, ולכן המרובע הוא מקבילית.

$$\overrightarrow{AD} = \underline{D} - \underline{A} = \underline{x} = (1, -2, -3)$$

$$|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2}$$

$$|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{14}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{14}$$

קבלנו ש- $AB = AD$, ולכן בסיס המנסרה הוא מעוין (מקבילית עם זוג צלעות סמוכות שוות היא מעוין).

תשובה: הוכחנו כי המרובע ABCD הוא מעוין.

ב. נחשב את זוויות המעוין.

$$\text{תכנון: } \cos \angle BAD = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = (2, 1, -3) \cdot (1, -2, -3) = 2 - 2 + 9 = 9$$

$$\cos \angle BAD = \frac{9}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{14}} = \frac{9}{14}$$

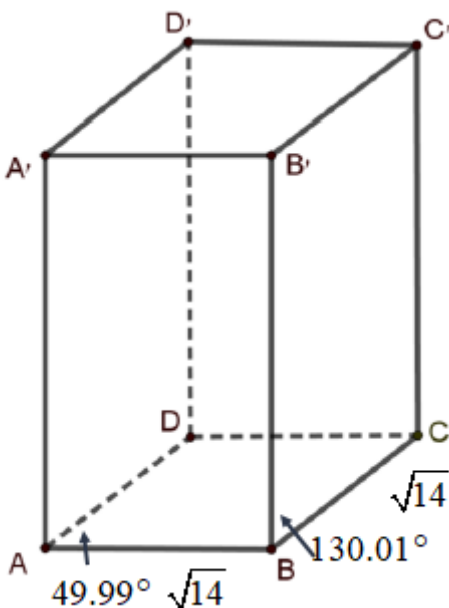
$$\angle BAD = 49.99^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 49.99^\circ$$

$$\angle ADC = 130.01^\circ$$

זוויות סמוכות במעוין משלימות ל- 180° , וזוויות נגדיות שוות זו לזו.

תשובה: זוויות המעוין ABCD הן: $\angle A = \angle C = 49.99^\circ$, $\angle B = \angle D = 130.01^\circ$.



ג. (1) נוכיח כי המנסרה היא ישרה, על-ידי שנראה שהווקטור $\overrightarrow{DD'}$ מאונך לבסיס ABCD .

נראה שהוא מאונך לשני וקטורים במישור ABC , שאינם תלויים זה בזה.

$$\overrightarrow{DD'} = \underline{D'} - \underline{D} = \underline{x} = (-9, 3, -5)$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DD'} = (1, -2, -3) \cdot (-9, 3, -5) = -9 - 6 + 15 = 0 \rightarrow \boxed{AD \perp DD'}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'} = (2, 1, -3) \cdot (-9, 3, -5) = -18 + 3 + 15 = 0 \rightarrow \boxed{AB \perp DD'}$$

$$\left. \begin{array}{l} AD \perp DD' \\ AB \perp DD' \end{array} \right\} \boxed{DD' \perp \pi_{ABCD}}$$

המקצוע הצדדי מאונך לבסיס, ולכן המנסרה היא ישרה.

תשובה: הוכחנו כי המנסרה היא ישרה .

(2) נחשב, תחילה, את שטח בסיס המנסרה.

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAD$$

$$S_{ABCD} = \sqrt{14} \cdot \sqrt{14} \cdot \sin 49.99^\circ$$

$$\boxed{S_{ABCD} = 10.723}$$

נחשב את נפח המנסרה.

$$V_{ABCD} = S_{ABCD} \cdot DD'$$

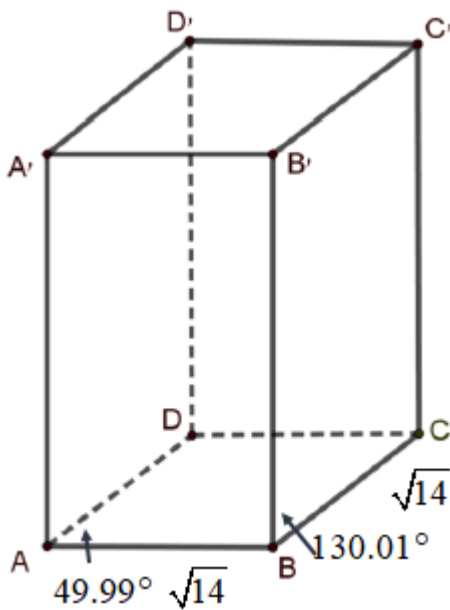
$$|\overrightarrow{DD'}| = \sqrt{(-9)^2 + 3^2 + (-5)^2}$$

$$\boxed{DD' = \sqrt{115}}$$

$$V_{ABCD} = 10.723 \cdot \sqrt{115}$$

$$\boxed{V_{ABCD} = 114.99}$$

תשובה: נפח המנסרה הוא 114.99 יחידות נפח.



ד. נתון כי הנקודה E מקיימת: $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DD'}$.

(1) הווקטור $\overrightarrow{DE}$ והווקטור $\overrightarrow{DD'}$ יוצאים מאותה נקודה, וגם תלויים לינארית (ויוצאים לאותו כיוון).

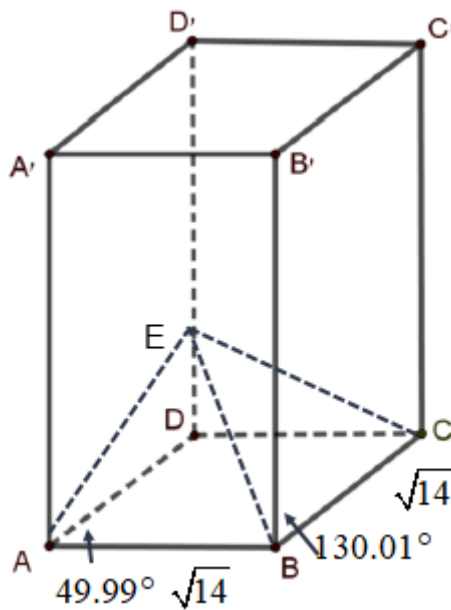
דרך אחרת לומר זאת היא ש- $\overrightarrow{DE}$ קולינארי ל- $\overrightarrow{DD'}$, כי הוא מכפלה שלו בסקלר $(\frac{1}{3})$.

לכן E נמצאת על המקצוע DD' , ומחלקת אותו ביחס $DE : ED' = 1 : 2$.

תשובה: הסברנו מדוע הנקודה E נמצאת על המקצוע DD' .

(2) נחשב את נפח הפירמידה SABCD.

DE הוא גובה בפירמידה (שאינה ישרה) לבסיס ABCD.



$$V_{EABCD} = \frac{S_{ABCD} \cdot DE}{3}$$

$$V_{EABCD} = \frac{S_{ABCD} \cdot \frac{DD'}{3}}{3}$$

$$V_{EABCD} = \frac{V_{\text{prism}}}{9}$$

$$V_{EABCD} = \frac{114.99}{9}$$

$$V_{EABCD} \approx 12.78$$

תשובה: נפח הפירמידה EABCD הוא 12.78 יחידות נפח.

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$.

בתחום ההגדרה מכנה צ"ל שונה מאפס, והביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי.

$$x-1 > 0, \text{ ולכן } x > 1.$$

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x > 1$.

ב. המספר $x=1$ מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישר $x=1$ הוא אסימפטוטה אנכית.

תשובה: $x=1$ אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .

ג. בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x מתקיים $y=0$.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\ln(x-1)}{x-1} \\ \ln(x-1) &= 0 \\ x-1 &= e^0 = 1 \\ x &= 2 \rightarrow (2, 0) \end{aligned}$$

אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y , כי בתחום ההגדרה $x > 1$.

תשובה: $(2, 0)$.

ג. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$, ונקבע את סוגה.

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x-1} \cdot (x-1) - \ln(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln(x-1)}{(x-1)^2}$$

$$0 = 1 - \ln(x-1)$$

$$\ln(x-1) = 1$$

$$x-1 = e^1$$

$$x = e+1 \rightarrow f(e+1) = \frac{\ln(e+1-1)}{e+1-1} = \frac{1}{e}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(e) &= \frac{(+)}{(+)} > 0 \\ f'(4) &= \frac{(-)}{(+)} < 0 \end{aligned} \right\} \left(e+1, \frac{1}{e} \right)_{\max}$$

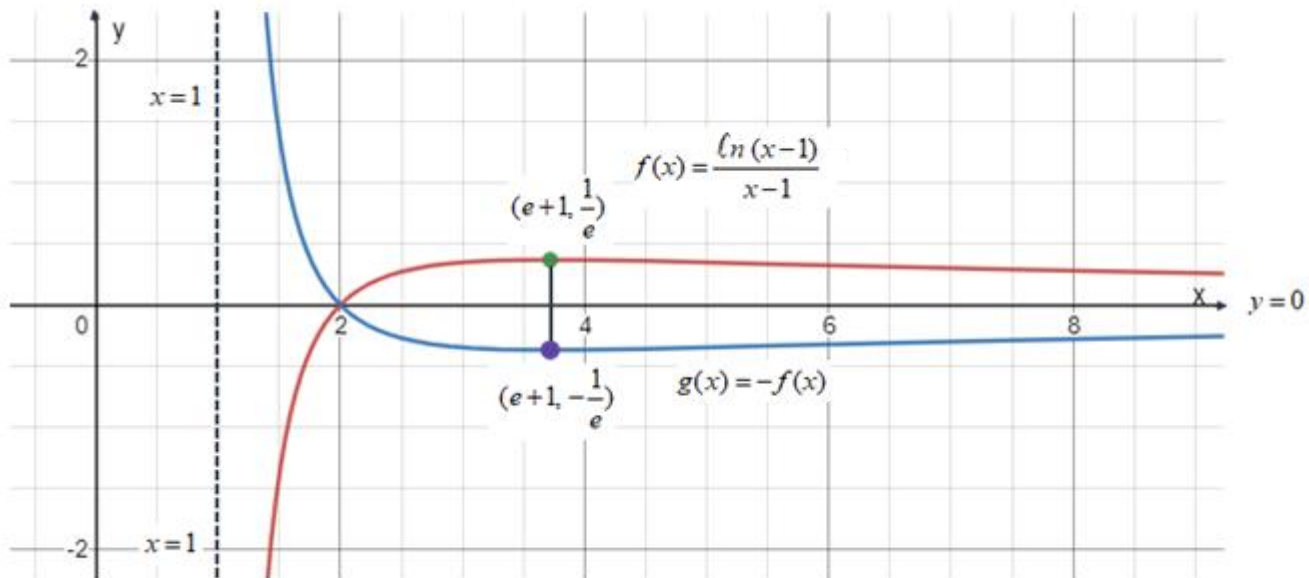
תשובה: $(e+1, \frac{1}{e})$ מקסימום.

ה. נסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$, כולל תוספות לסעיף ו ולסעיף ז.

שתי הצבות ליתר ביטחון, בתוך תחום ההגדרה, למציאת האסימפטוטות.

כאשר $x \rightarrow +\infty$, למשל $f(1,000) = 6.9 \cdot 10^{-3} \rightarrow +0$, והישר $y=0$ אסימפטוטה אופקית לימין.

כאשר $x \rightarrow 1^+$, למשל $f(1.001) = -6,907 \rightarrow -\infty$, והישר $x=1$ אסימפטוטה אנכית.



ו. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$, אשר סימטרית לפונקציה $f(x)$, כשציר הסימטריה שלהן הוא ציר ה- x .

מכיוון שהנקודה $(e+1, \frac{1}{e})$ הייתה מקסימום של $f(x)$, הרי ש- $(e+1, -\frac{1}{e})$ היא מינימום של $g(x)$.

ניתן לראות גם ש- $g'(x) = -f'(x)$, ולכן תחומי העלייה והירידה מתחלפים,

כאשר הנגזרת מתאפסת עבור אותו $x = e+1$, אולם ערכי הפונקציות נגדיים.

תשובה: $(e+1, -\frac{1}{e})$, מינימום.

(2) השרטוט של $g(x) = -f(x)$ מופיע בסעיף ה (בכחול).

ז. שיעורי ה- x בנקודות הקיצון של שתי הפונקציות שווים.

מכאן שאורך הקטע, שמחבר ביניהן, שווה להפרש שיעורי ה- y : $\frac{1}{e} - (-\frac{1}{e}) = \frac{2}{e}$.

תשובה: אורך הקטע, שמחבר בין נקודת הקיצון של $f(x)$ ונקודת הקיצון של $g(x)$, הוא $\frac{2}{e}$.

א. לפונקציה $f(x) = e^{2x} - ae^x - 3$, יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 0$, כלומר $f'(0) = 0$.

$$f'(x) = 2e^{2x} - ae^x$$

$$0 = 2e^{2 \cdot 0} - a \cdot e^0$$

$$0 = 2 - a$$

$$\boxed{a = 2}$$

תשובה: $a = 2$.

ב. נציב $a = 2$, ונקבל $f(x) = e^{2x} - 2e^x - 3$.

(1) תשובה: תחום ההגדרה הוא כל x .

(2) בנקודת חיתוך עם ציר ה- y מתקיים $x = 0$: $\boxed{(0, -4)}$ $\rightarrow f(0) = e^{2 \cdot 0} - 2e^0 - 3 = -4$.

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$.

$$e^{2x} - 2e^x - 3 = 0 \quad \boxed{e^x = t}$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$t = 3, t = -1$$

$$e^x = 3 \rightarrow \boxed{(\ln 3, 0)}$$

$$\cancel{e^x = -1} \leftarrow e^x > 0$$

תשובה: $(0, -4)$, $(\ln 3, 0)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ונקבע את סוגה.

$$\boxed{f(x) = e^{2x} - 2e^x - 3}$$

$$\boxed{f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x}$$

$$0 = 2e^{2x} - 2e^x$$

$$0 = 2e^x(e^x - 1)$$

$$e^x > 0$$

$$e^x - 1 = 0 \rightarrow e^x = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow \boxed{(0, -4)}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(-1) = -0.47 < 0 \\ f'(1) = 9.34 > 0 \end{array} \right\} \boxed{(0, -4), \text{ min}}$$

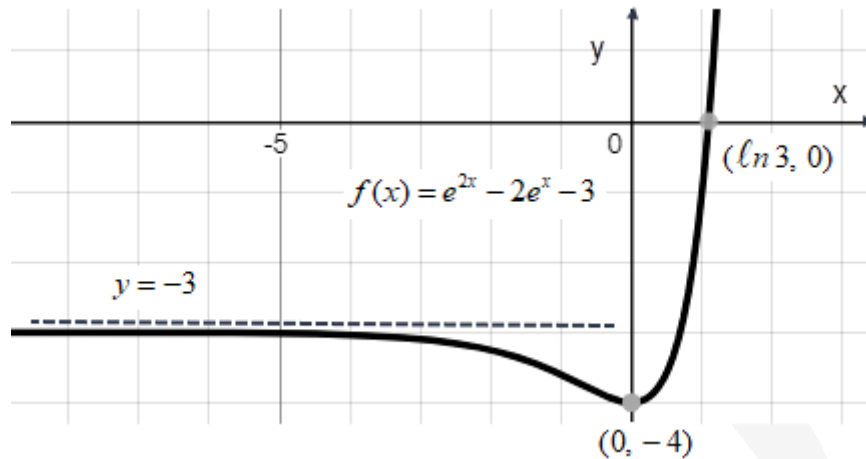
תשובה: $(0, -4)$, מינימום.

(4) שתי הצבות, מימין ומשמאל, למציאת האסימפטוטה.

כאשר $x \rightarrow +\infty$, למשל $f(5) = 21,727 \rightarrow +\infty$, ואין אסימפטוטה אופקית לימין.

כאשר $x \rightarrow -\infty$, למשל $f(-8) = -3.0007 \rightarrow -3$, והישר $y = -3$ אסימפטוטה אופקית לשמאל.

(5) הסקיצה המתאימה של $f(x)$.



תשובה: הסקיצה מעל.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 3$, שהיא הזזה אנכית, שלוש יחידות מעלה, של $f(x)$.

(1) אין שינוי בתחומי העלייה והירידה, ובסוג הקיצון, כאשר רק שיעורי ה- y גדלים ב-3.

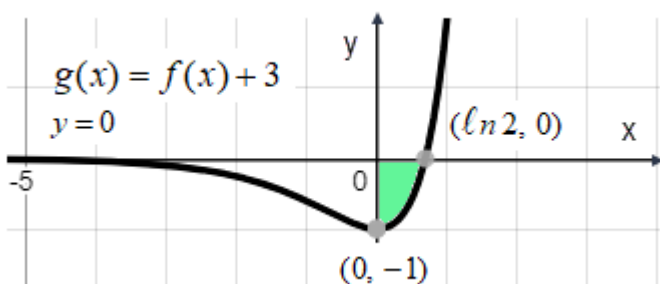
ניתן לראות זאת גם על פי הנגזרת: $g'(x) = f'(x)$, ולכן המינימום הוא ב- $(0, -1)$.

גם האסימפטוטה האופקית עולה ב- 3 יחידות והיא $y = 0$.

תשובה: השרטוט משמאל (כולל סימון השטח, עבור תת סעיף ג(3)).

(2) נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא, כאמור, $(0, -1)$.

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$, כאשר $g(x) = f(x) + 3 \rightarrow g(x) = e^{2x} - 2e^x$



$$e^{2x} - 2e^x = 0$$

$$e^x(e^x - 2) = 0$$

$$e^x = 2 \rightarrow (\ln 2, 0)$$

תשובה: $(0, -1)$, $(\ln 2, 0)$.

(3) נחשב את השטח, הצבוע ירוק.

$$S = \int_0^{\ln 2} (0 - (e^{2x} - 2e^x)) dx$$

$$S = \int_0^{\ln 2} (-e^{2x} + 2e^x) dx$$

$$S = \left(-\frac{e^{2x}}{2} + 2e^x \right) \Big|_0^{\ln 2}$$

$$x = \ln 2: 2$$

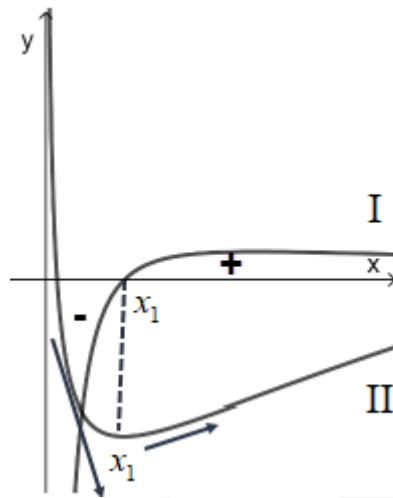
$$x = 0: 1.5$$

$$S = 2 - (1.5)$$

$$\boxed{S = 0.5}$$

תשובה: גודל השטח המוגבל הוא 0.5 יח"ר.

א. נסמן ב- x_1 את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- x .



0	$0 < x < x_1$	x_1	$x > x_1$	
	-	0	+	סימני גרף I
	$\searrow$	מינימום	$\nearrow$	עלייה / ירידה גרף II

תשובה: גרף I מתאים ל- $f'(x)$, גרף II מתאים ל- $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - 4$.

(1) בתחום ההגדרה, הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית גדול מאפס, לכן $x > 0$.

תשובה: תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x > 0$.

(2) בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x מתקיים $y = 0$.

$$0 = (\ln x)^2 - 4$$

$$4 = (\ln x)^2$$

$$\ln x = 2 \rightarrow x = e^2 \rightarrow (e^2, 0)$$

$$\ln x = -2 \rightarrow x = e^{-2} \rightarrow \left(\frac{1}{e^2}, 0\right)$$

אין נקודת חיתוך עם ציר ה- y , כי בתחום ההגדרה $x > 0$.

תשובה: $(e^2, 0)$, $\left(\frac{1}{e^2}, 0\right)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודת המינימום של $f(x)$, כי סוג הקיצון נקבע כבר על ידי הגרף הנתון.

$$f(x) = (\ln x)^2 - 4$$

$$f'(x) = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{2 \ln x}{x}$$

$$\ln x = 0$$

$$x = e^0 = 1$$

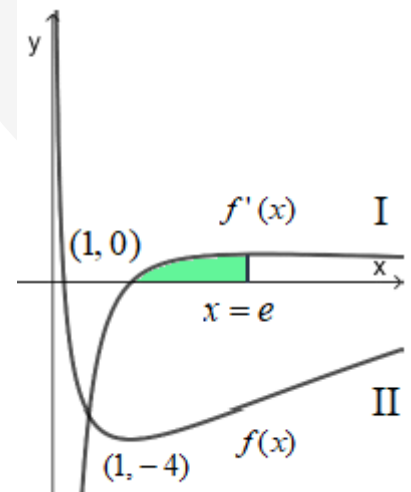
$$x=1 \rightarrow f(1) = (\ln 1)^2 - 4 = -4$$

$$(1, -4) \min$$

תשובה: $(1, -4)$, מינימום.

ג. נחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, הישר $x=e$ וציר ה- x .

נשים לב ש- $(1, 0)$ היא נקודת החיתוך של גרף הנגזרת עם ציר ה- x ($x_1=1$).



$$S = \int_1^e (f'(x) - 0) dx$$

$$S = f(x) \Big|_1^e$$

$$S = f(e) - f(1) = -3 - (-4)$$

$$S = 1$$

תשובה: השטח המבוקש הוא 1 יח"ר.