יואל גבע
לא מתפשרים.

שאלון 35371 מועד קיץ תשפ״א

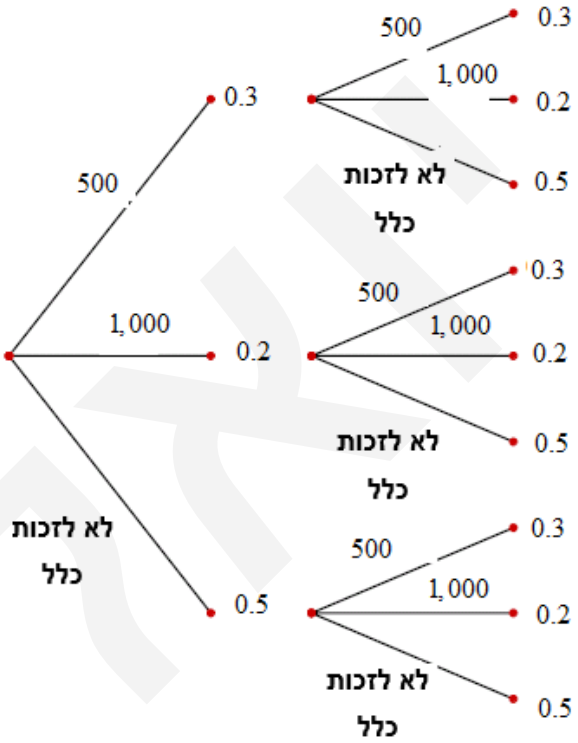
מורים יקרים,
החל משנת 2022, נוספו סמלי שאלון המציינים את השאלונים לפי התוכנית החדשה במתמטיקה.
להלן השינויים:
שאלון 182 (801) שונה ל- 172
שאלון 381 (802) שונה ל- 371
שאלון 382 (803) שונה ל- 372
שאלון 481 (804) שונה ל- 471
שאלון 482 (805) שונה ל- 472
שאלון 581 (806) שונה ל- 571
שאלון 582 (807) שונה ל- 572

בהתאם לכך, מצורף פתרון בחינת בגרות לשאלון 35371 מועד קיץ תשפ״א.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. בהגרלה, המתוארת בשאלה, משחקים פעמיים – כאשר <u>ההסתברויות לזכייה אינן משתנות</u>.

$$P(500)=0.3\,,\ P(1,000)=0.2\,,\ P(0)=0.5$$



תשע האפשרויות, כאשר מגרילים פעמיים, הן:

$$(500,500)\,,\ (500,1,000)\,,\ (500,0)\,,\ (1,000,500)\,,\ (1,000,1,000)\,,\ (1,000,0)\,,\ (0,500)\,,\ (0,1,000)\,,\ (0,0)$$

יש רק אפשרות אחת המקנה זכייה של $2,000$ **שקל והיא:** $(1,000,1,000)$**.**

ההסתברות לזכייה בדיוק של $2,000$ **שקל היא** $P(2,000\ shekel)=0.2\cdot 0.2=0.04$**.**

תשובה: ההסתברות, שאדם שמשתתף בהגרלה זו פעמיים יזכה בדיוק ב- $2,000$ **שקל, היא** 0.04 **.**

ב. יש שתי אפשרויות לזכייה בדיוק ב- 500 **שקל, והן:** $(500,0)\,,\ (0,500)$**.**

$$P(500\ shekel)=0.3\cdot 0.5+0.5\cdot 0.3=0.3$$

תשובה: ההסתברות, שאדם שמשתתף בהגרלה זו פעמיים יזכה בדיוק ב- 500 **שקל, היא** 0.3 **.**

ג. יש שלוש אפשרויות לזכייה בדיוק ב- $1,000$ **שקל, והן:** $(500,500)\,,\ (1,000,0)\,,\ (0,1,000)$**.**

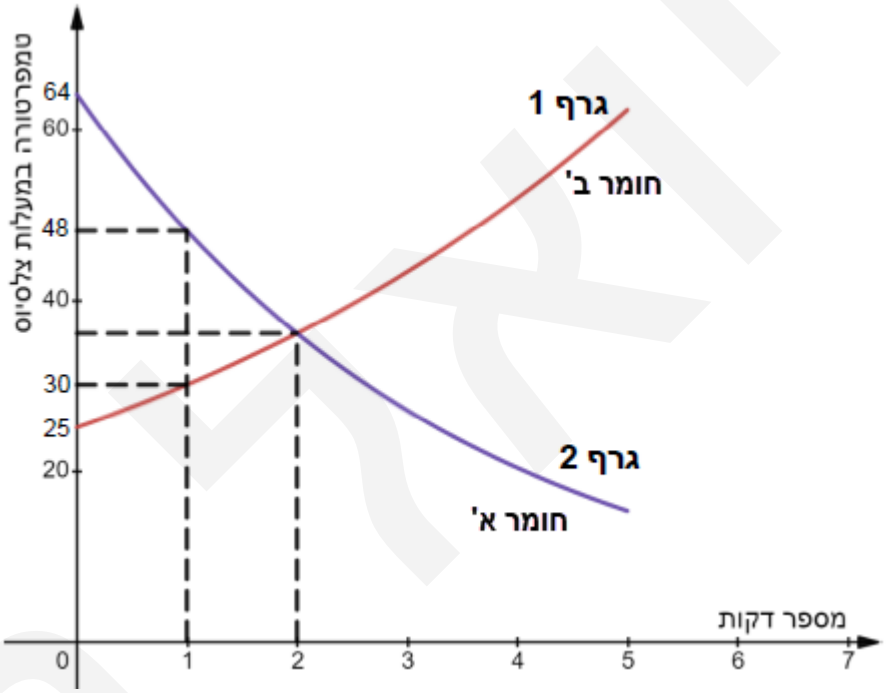
$$P(1,000\ shekel)=0.3\cdot 0.3+0.2\cdot 0.5+0.5\cdot 0.2=0.29$$

תשובה: ההסתברות, שאדם שמשתתף בהגרלה זו פעמיים יזכה בדיוק ב- $1,000$ **שקל, היא** 0.29 **.**

השתנות הטמפרטורה של שני חומרים הינה מעריכית.

הגרפים שלפנינו מתארים התחממות של חומר אחד, והתקררות של האחר,

לאורך 5 דקות מתחילת הניסוי.



א. גרף 1 מראה התחממות של חומר החל מ- $25°c$ **, כאשר גרף 2 מראה התקררות של חומר החל מ-** $64°c$**.**
תשובה: גרף 1 מתאים לחומר ב' שמתחמם, וגרף 2 מתאים לחומר א' שמתקרר.

ב. (1) תשובה: הטמפרטורה של חומר א' בתחילת ניסוי הייתה $64°c$**.**
(2) תשובה: הטמפרטורה של חומר ב' בתחילת הניסוי הייתה $25°c$**.**

ג. תשובה: הטמפרטורה של חומר ב' , דקה אחרי תחילת הניסוי, הייתה $30°c$**.**

ד. תשובה: כעבור 2 **דקות מתחילת הניסוי, הטמפרטורה של שני החומרים הייתה שווה.**

ה. נוסחת הגדילה והדעיכה היא $A_t = A_0 \cdot q^t$ **.**

חומר א' התקרר בדקה אחת מטמפרטורה של $64°c$ **, לטמפרטורה של** $48°c$ **.**

A_t	A_0	q	t
48	64	**?**	1

$$48 = 64 \cdot q^1 \quad /:64$$
$$\frac{48}{64} = q$$
$$\boxed{q = 0.75}$$

חומר ב' התחמם בדקה אחת מטמפרטורה של $25°c$ **, לטמפרטורה של** $30°c$ **.**

A_t	A_0	q	t
30	25	**?**	1

$$30 = 25 \cdot q^1 \quad /:25$$
$$\frac{30}{25} = q$$
$$\boxed{q = 1.2}$$

תשובה: הטמפרטורה של חומר א' קטנה פי 0.75 **בכל דקה.**

הטמפרטורה של חומר ב' גדלה פי 1.2 **בכל דקה.**

ו. נמצא מה הייתה הטמפרטורה של שני החומרים, כעבור 8 **דקות מתחילת הניסוי.**

חומר	A_t	A_0	q	t
א'	**?**	25	1.2	8
ב'	**?**	64	0.75	8

חומר ב'

$$A_8 = 25 \cdot 1.2^8$$
$$\boxed{A_8 = 107.50°c}$$

חומר א'

$$A_8 = 64 \cdot 0.75^8$$
$$\boxed{A_8 = 6.41°c}$$

ההפרש בין הטמפרטורות, של שני החומרים, הוא $107.50°c - 6.41°c = 101.09°c$ **.**

תשובה: (1) כעבור 8 **דקות, מתחילת הניסוי, ההפרש בין הטמפרטורות של שני החומרים היה גדול מ-** $100°c$ **.**

טריאתלון הוא ענף ספורט אולימפי, המשלב שלושה סוגי ספורט: שחייה, רכיבה על אופניים וריצה.

א. אורך המסלול הכולל הוא 51.5 ק"מ, כאשר אורך מקצה השחייה הוא 1.5 ק"מ.

לכן, אורכו של הקטע DB , המשלב רכיבה על אופנים וריצה, הוא 50 ק"מ $51.5-1.5=50$.

$DC:CB=1:4$, **ולכן אם** $DC=x$, **אז** $CB=4x$.

$$x+4x=50$$

$$5x=50$$

$$\boxed{x=10} \quad \rightarrow \boxed{4x=40}$$

תשובה: אורכו של מקצה הריצה הוא 10 ק"מ, ואורכו של מקצה הרכיבה על האופניים הוא 40 ק"מ.

ב. אהוד השתתף בתחרות הטריאתלון.

מהירות השחייה של אהוד היא 3 קמ"ש, ובהתאם זמן שחייתו הוא 0.5 שעה $=\frac{1.5}{3}$.

מהירות הרכיבה על אופניים של אהוד היא 32 קמ"ש, ובהתאם זמן רכיבתו הוא 1.25 שעות $=\frac{40}{32}$.

מהירות הריצה של אהוד היא 10 קמ"ש, ובהתאם זמן ריצתו הוא 1 שעה $=\frac{10}{10}$.

הזמן הכולל, שבו סיים אהוד את כל שלושת המקצים, הוא: $0.5+1.25+1=2.75$ **שעות** .

תשובה: אהוד סיים את כל המקצים תוך 2.75 שעות (שתי שעות ו- 45 דקות).

ג. גילה השתתפה בתחרות נשים בטריאתלון.

מהירות השחייה של גילה היא 2 **קמ"ש, ובהתאם זמן שחייתה הוא** 0.75 **שעה** $= \frac{1.5}{2}$.

מהירות הרכיבה על אופניים של גילה היא 25 **קמ"ש, ובהתאם זמן רכיבתה הוא** 1.6 **שעות** $= \frac{40}{25}$.

גילה סיימה את כל שלושת המקצים ב- 3.6 **שעות, לכן זמן ריצתה הוא:** $3.6-(0.75+1.6)=1.25$ **שעות** .

מהירות הריצה של גילה היא 8 **קמ"ש** $= \frac{10}{1.25}$.

תשובה: מהירות הריצה של גילה היא 8 **קמ"ש.**

א. נמצא את CD **.**

ΔBDC

$$\tan\sphericalangle CBD = \frac{CD}{BD}$$

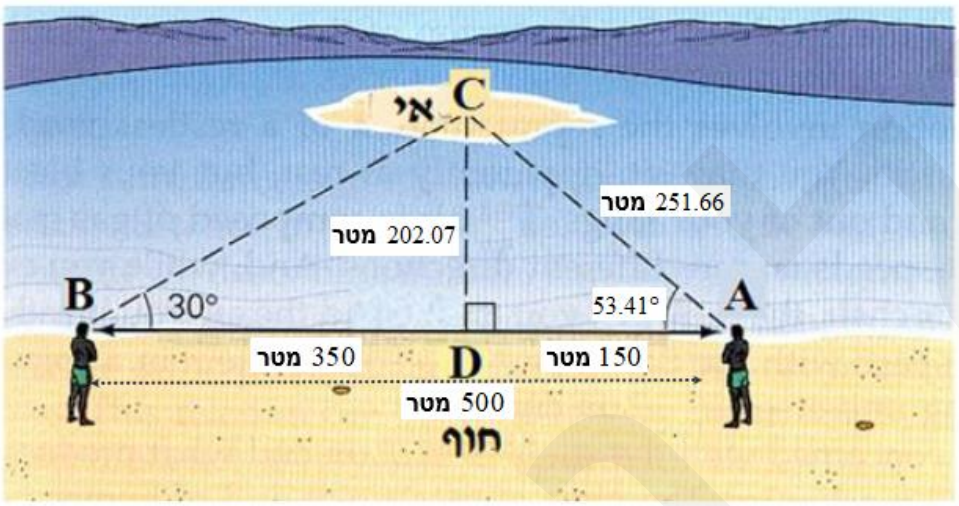
$$\tan 30° = \frac{CD}{350}$$

$$350\tan 30° = CD$$

$$CD = 202.07 \text{ מטר}$$

תשובה: המרחק של האי מהחוף הוא 202.07 **מטר.**

ב. נמצא את גודל הזווית DAC **.**



$$DA = 500 - 350 = 150 \text{ מטר}$$

ΔDAC

$$\tan\sphericalangle DAC = \frac{DC}{DA}$$

$$\tan\sphericalangle DAC = \frac{202.07}{150}$$

$$\boxed{\sphericalangle DAC = 53.41°}$$

תשובה: $\sphericalangle DAC = 53.41°$

ג. נמצא את AC **.**

ΔDAC

$$\cos\sphericalangle DAC = \frac{DA}{AC}$$

$$\cos 53.41° = \frac{150}{AC}$$

$$AC = \frac{150}{\cos 53.41°}$$

$$AC = 251.66 \text{ מטר}$$

או

ΔADC

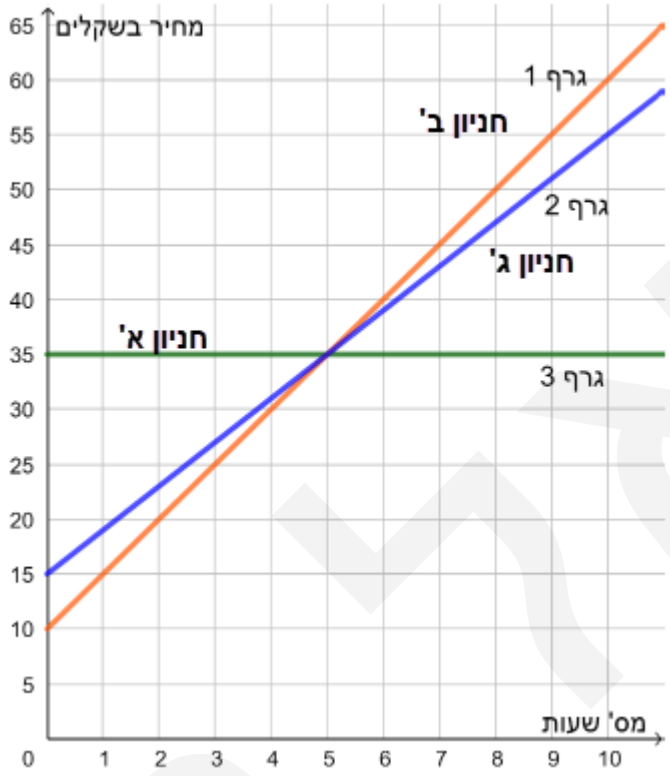
$$(DA)^2 + (DC)^2 = (AC)^2$$

$$150^2 + 202.07^2 = (AC)^2$$

$$63,332.28 = (AC)^2$$

$$AC = 251.66 \text{ מטר}$$

תשובה: המרחק שעל אילן לשחות, מהנקודה A **לנקודה** C**, הוא** 251.66 **מטר .**



א. ניתן לזהות את הגרפים המתאימים, על פי שתי שיטות:

<u>לפי התשלום הקבוע (עבור כניסה)</u> –

בחניון א' מחיר הכניסה הוא 35 ₪ **- מתאים לגרף 3 , שיוצא מהנקודה** $(0, 35)$ **.**

בחניון ב' מחיר הכניסה הוא 10 ₪ **- מתאים לגרף 1 שיוצא מנקודה** $(0, 10)$**.**

בחניון ג' מחיר הכניסה הוא 15 ₪ **- מתאים לגרף 2 שיוצא מנקודה** $(0, 15)$**.**

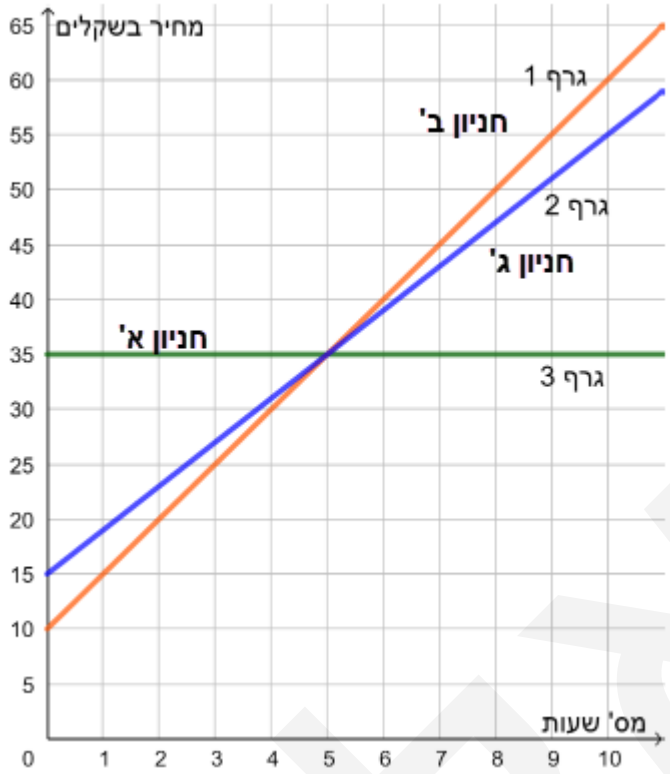
<u>לפי התשלום לכל שעה</u> –

בחניון א' מחיר החנייה קבוע, ללא תוספת לכל שעה, וגרף 3 מקביל לציר של מספר השעות.

בחניון ב' המחיר לכל שעה (5 ₪**) הוא הגבוה ביותר, וגרף 1 תלול יותר מגרף 2.**

בחניון ג' המחיר לכל שעה (4 ₪**) נמוך מזה שבחניון ב', וגרף 2 מתון יותר מגרף 1.**

תשובה: גרף 1 מתאים לחניון ב', גרף 2 מתאים לחניון ג', וגרף 3 מתאים לחניון א'.



ב. רוני החנה את רכבו בחניון ב' למשך שעתיים.

הנקודה המתאימה, על הגרף של חניון ב', היא $(2,\ 20)$.

תשובה: רוני שילם 20 ₪ **עבור החנייה.**

ג. אייל בחר לחנות בחניון הזול ביותר.

אייל החנה את רכבו בשעה $8:00$ **ועזב בשעה** $14:00$**, ובסך הכול חנה במשך** 6 **שעות** $= 14 - 8$.

החנייה הזולה ביותר (על פי הגרפים), עבור 6 **שעות, היא בחניון א' (גרף 3), והיא עולה** 35 ₪.

תשובה: אייל שילם 35 ₪**, עבור חנייה בחניון א'.**

ד. נבחר את התבנית המתאימה, בהתאם לתשלום הקבוע עבור כניסה,

ולתשלום המשתנה בהתאם למספר שעות החנייה.

בחניון א' מחיר הכניסה הוא 35 ₪ **, ללא תוספת לכל שעת חנייה , ולכן התבנית המתאימה היא** (II) $y = 35$.

בחניון ב' מחיר הכניסה הוא 10 ₪ **, ותוספת של** 5 ₪ **לכל שעת חנייה ,**

ולכן התבנית המתאימה היא (III) $y = 5x + 10$.

בחניון ג' מחיר הכניסה הוא 15 ₪ **, ותוספת של** 4 ₪ **לכל שעת חנייה ,**

ולכן התבנית המתאימה היא (I) $y = 4x + 15$.

תשובה: חניון א' - (II) $y = 35$ **, חניון ב -** (III) $y = 5x + 10$ **, חניון ג' -** (I) $y = 4x + 15$.

x - מחיר הדירה בשקלים	1,500,000	2,000,000	2,250,000	2,500,000	סה"כ
f - מספר דירות	12	48	24	36	$N=120$

א. נחשב את המספר הכולל של הדירות בפרויקט: $N=12+48+24+36=120$.

תשובה: המספר הכולל של הדירות בפרויקט הוא 120.

ב. נחשב את ממוצע המחיר של הדירות בפרויקט.

$$\bar{x}=\frac{1,500,000\cdot 12+2,000,000\cdot 48+2,250,000\cdot 24+2,500,000\cdot 36}{120}$$

$$\bar{x}=\frac{258,000,000}{120}$$

$$\boxed{\bar{x}=2,150,000}$$

תשובה: המחיר הממוצע של דירה בפרויקט הוא 2,150,000 **שקלים (** 2.15 **מיליוני שקלים).**

ג. נוסיף בטבלה שורה של שכיחות מצטברת, לסיוע בחישוב החציון.

x - מחיר הדירה בשקלים	1,500,000	2,000,000	2,250,000	2,500,000	סה"כ
f - מספר דירות	12	48	24	36	$N=120$
שכיחות מצטברת	12	60	84	120	
מנתון ועד נתון	1−12	13−60	61−84	85−120	

מספר הנתונים (120) **זוגי, ולכן החציון יהייה ממוצע של שני הנתונים האמצעיים.** $\frac{120+1}{2}=\frac{121}{2}=60.5$.

הנתון ה- 60 **הוא מחיר של** 2,000,000 **שקלים. הנתון ה-** 61 **הוא מחיר של** 2,250,000 **שקלים.**

החציון הוא ממוצע של שני נתונים אלה, והוא $\frac{2,000,000+2,250,000}{2}=\frac{4,250,000}{2}=$ 2,125,000 **שקלים** .

תשובה: החציון של מחירי הדירות בפרויקט הוא 2,125,000 **שקלים (** 2.125 **מיליוני שקלים).**

ד. בעקבות שינויים בעיצוב, השתנו מחירי שתי דירות.

דירה אחת שמחירה 2,500,000 **שקלים הוזלה ב-** 250,000 **שקלים.**

דירה אחת שמחירה 2,000,000 **שקלים התיקרה ב-** 250,000 **שקלים.**

כיוון ש<u>ההוזלה והתייקרות היו באותו סכום בדיוק</u>, הרי ש<u>הסכום הכולל</u> של כל מחירי 120 **הדירות בפרויקט <u>לא השתנה</u>, כאשר גם <u>מספר הדירות נותר בעינו</u>, ולכן הממוצע נותר ללא שינוי.**

תשובה: המחיר הממוצע של כל הדירות בפרויקט לא השתנה.