

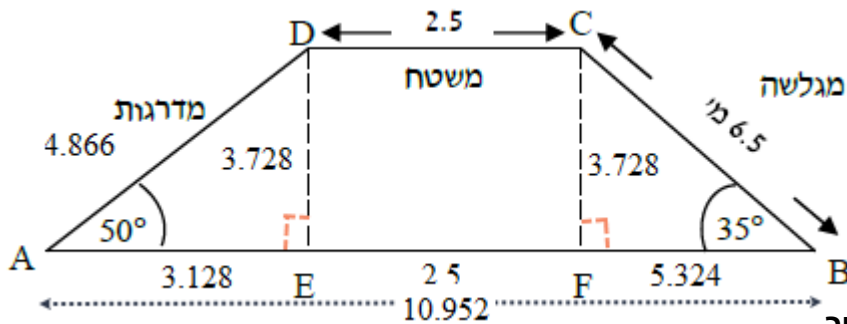


מבחן לדוגמה 1, שאלון 35371 מועד קיץ תש"פ

מורים יקרים,
להלן פתרון בחינת בגרות לדוגמה מהתוכנית החדשה.

תודה מיוחדת למר עפר ילין על כתיבת הפתרונות ועריכת קובץ זה.

א. CF ו- DE הם אנכים מקודקודי הבסיס העליון של הטרפז לבסיס התחתון.
נוצרים שני משולשים ישרי זווית וביניהם מלבן.



$\triangle BCF$

$$\sin \angle B = \frac{CF}{CB}$$

$$\sin 35^\circ = \frac{CF}{6.5}$$

$$6.5 \sin 35^\circ = CF$$

$$CF = 3.728 \text{ מטר}$$

תשובה: גובה המשטח מהקרקע הוא 3.728 מטר.

ב. נחשב את אורך הבסיס הגדול.

כיוון שהמרובע DCFE הוא מלבן הרי שגם $EF = 2.5$ מטר, וגם $DE = 3.728$ מטר.

$\triangle ADE$

$$\tan \angle A = \frac{DE}{AE}$$

$$\tan 50^\circ = \frac{3.728}{AE}$$

$$AE = \frac{3.728}{\tan 50^\circ}$$

$$AE = 3.128 \text{ מטר}$$

$\triangle BFC$

$$(BF)^2 + (CF)^2 = (BC)^2$$

$$(BF)^2 + 3.728^2 = 6.5^2$$

$$(BF)^2 = 28.35$$

$$CF = 5.324 \text{ מטר}$$

אורך הבסיס הגדול הוא: $3.128 + 2.5 + 5.324 = 10.952$ מטר.

תשובה: המרחק בין קצה המדרגות לקצה המגלשה (אורך AB) הוא 10.952 מטר.

ג. נחשב את אורך שוק הטרפז AD.

$\triangle ADE$

$$(AE)^2 + (DE)^2 = (AD)^2$$

$$3.128^2 + 3.728^2 = (AD)^2$$

$$23.68 = (AD)^2$$

$$AD = 4.866 \text{ מטר}$$

תשובה: אורך המדרגות (AD) הוא 4.866 מטר.

א. נסביר מדוע משולש ABE דומה למשולש DCE.

כיוון ש- $DC \parallel AB$, אז $\angle A = \angle EDC$ וגם $\angle B = \angle DCE$, כי זוויות מתאימות שוות בין מקבילים.

וכמובן, ש- $\angle E$ משותפת לשני המשולשים.

לכן שני המשולשים דומים, על פי משפט דמיון זווית זווית.

תשובה: $\triangle ABE \sim \triangle DCE$.

ב. נמצא את יחסי הצלעות המתאימות במשולשים הדומים.

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE}$$

נציב את הנתונים

$$\frac{8.75}{1.75} = \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE} = 5$$

נסמן $CE = x$, ובהתאם $BE = 8 + x$.

$$\frac{BE}{CE} = 5$$

$$\frac{8+x}{x} = 5$$

$$8+x=5x$$

$$8=4x$$

$$\boxed{x=2} \rightarrow \boxed{CE=2}$$

תשובה: אורך הצל של האדם (CE) הוא 2 מ'.

ג. נמצא את גודל הזווית $\angle AEB$.

$$\triangle DCE$$

$$\tan \angle AEB = \frac{DC}{CE} = \frac{1.75}{2}$$

$$\boxed{\angle AEB = 41.19^\circ}$$

תשובה: הזווית שבה רואים את המנורה מקצה הצל ($\angle AEB$) היא בת 41.19° .

ד. נמצא תחילה את האורך של הקטעים DE ו- AE.

$$BE = 8 + 2 = 10 \text{ מ'}$$

$\triangle ABE$

$$(AB)^2 + (BE)^2 = (AE)^2$$

$$8.75^2 + 10^2 = (AE)^2$$

$$176.5625 = (AE)^2$$

$$AE = 13.29 \text{ מ'}$$

$\triangle DCE$

$$(DC)^2 + (CE)^2 = (DE)^2$$

$$1.75^2 + 2^2 = (DE)^2$$

$$7.0625 = (DE)^2$$

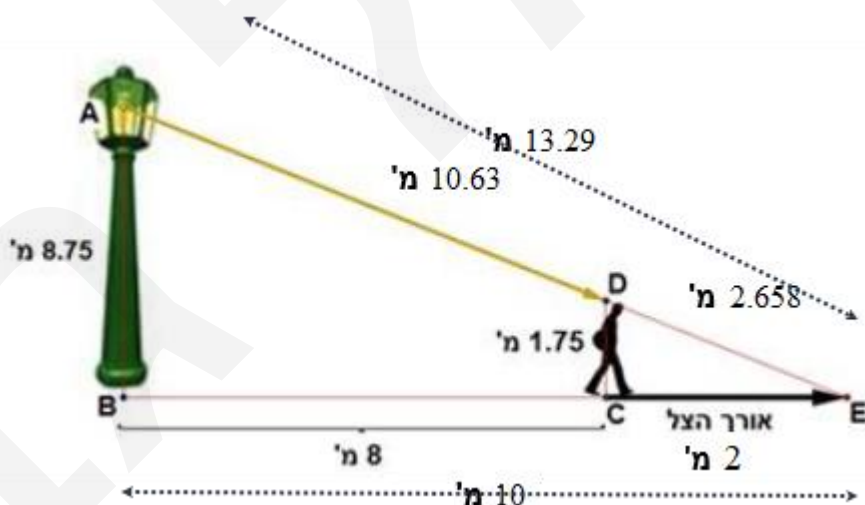
$$DE = 2.658 \text{ מ'}$$

$$AD = AE - DE$$

$$AD = 13.29 - 2.658$$

$$AD = 10.63 \text{ מ'}$$

תשובה: המרחק בין ראש האדם לבין מנורת עמוד התאורה (AD) הוא 10.63 מ'.



נוסחת הגדילה והדעיכה היא $A_t = A_0 \cdot q^t$

שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן הוא q . פרק הזמן הוא t .

A_0 - הכמות ההתחלתית, A_t - כמות לאחר t תקופות זמן.

כאשר P הוא אחוז הגדילה (האחוז בו גדלה הכמות מדי תקופת זמן), הרי ש: $q = \frac{100 + P}{100}$

א. ערך מכונית א היום הוא 200,000 שקלים.

מחירה של מכונית א יורד מדי שנה ב- 10%, לכן: $q = \frac{100 - 10}{100} = \frac{90}{100} = 0.9$

נחשב את מחירי מכונית א בשלוש השנים הבאות:

$$A_1 = 200,000 \cdot 0.9 = 180,000$$

$$A_2 = 200,000 \cdot 0.9^2 = 162,000$$

$$A_3 = 200,000 \cdot 0.9^3 = 145,800$$

ערך מכונית ב היום הוא 90,000 שקלים.

מחירה של מכונית ב יורד מדי שנה ב- 6%, לכן: $q = \frac{100 - 6}{100} = \frac{94}{100} = 0.94$

נחשב את מחירי מכונית ב בשלוש השנים הבאות:

$$A_1 = 90,000 \cdot 0.94 = 84,600$$

$$A_2 = 90,000 \cdot 0.94^2 = 79,524$$

$$A_3 = 90,000 \cdot 0.94^3 = 74,753$$

מכונית	ערך התחלתי (₪)	כעבור 1 שנה (₪)	כעבור 2 שנים (₪)	כעבור 3 שנים (₪)
א	200,000	180,000	162,000	145,800
ב	90,000	84,600	79,524	74,753
הפרש המחירים בין המכוניות	110,000	95,400	82,476	71,047

ב. הפרש המחירים בין שתי המכוניות קטן (תשובה 3).

ג. נחשב את מחירה של מכונית ב בעוד 6 שנים.

$$A_6 = 90,000 \cdot 0.94^6 = 62,088 \text{ שקלים}$$

תשובה: מחירה של מכונית ב בעוד שנים יהיה 62,088 שקלים.

ד. בעל מכונית א רוצה למכור אותה כשתגיע למחיר 118,098 שקלים.

ניתן לראות, על פי הטבלה שבסעיף א, כי זה יהיה לאחר לפחות 4 שנים.

$$A_4 = 200,000 \cdot 0.9^4 = 131,220 \text{ not o.k.}$$

$$A_5 = 200,000 \cdot 0.9^5 = 118,098 \text{ o.k.}$$

תשובה: בעל מכונית א ימכור את המכונית כעבור 5 שנים.

א. במסיבת סיום השנה נערכה הגרלה של 30 כרטיסים לסרט ו- 15 כרטיסים להצגה.

לכן ההסתברות בהוצאה הראשונה הן $\frac{30}{45}$ לסרט, ו- $\frac{15}{45}$ להצגה.

תשובה: הסיכוי שדני יגריל כרטיס לסרט, בפעם הראשונה שהוא מוציא כרטיס, היא $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$.

ב. נציג את עץ ההסתברויות המתאים:

נשים לב, שאם דני מוציא כרטיס לסרט, אז ההסתברויות משתנות,
כי הוא לא מחזיר את הכרטיס,
בעוד שאם דני מוציא כרטיס להצגה, אז ההסתברויות זהות,
כי הוא מחזיר את הכרטיס.

$P = \frac{30}{45} \cdot \frac{29}{44} = \frac{29}{66}$: הסיכוי להגרלת שני כרטיסים לסרט הוא:

תשובה: הסיכוי שדני יגריל שני כרטיסים לסרט, $\frac{29}{66}$. בשתי הוצאות של כרטיסים, הוא

ג. הסיכוי שדני לא יגריל אף כרטיס לסרט, שווה לסיכוי שיגריל שני כרטיסים להצגה: $P = \frac{15}{45} \cdot \frac{15}{45} = \frac{1}{9}$.

תשובה: הסיכוי שדני לא יגריל אף כרטיס לסרט, בשתי ההוצאות של כרטיסים, הוא $\frac{1}{9}$.

א. נחשב את השכר הממוצע בשתי דרכים, על-פי אחוזי התלמידים ועל פי מספר התלמידים.

על פי אחוזי התלמידים

$$\bar{x} = 3\% \cdot 4,500 + 5\% \cdot 4,000 + 20\% \cdot 3,500 + 31\% \cdot 3,000 + 26\% \cdot 2,500 + 15\% \cdot 2,000$$

$$\bar{x} = 0.03 \cdot 4,500 + 0.05 \cdot 4,000 + 0.2 \cdot 3,500 + 0.31 \cdot 3,000 + 0.26 \cdot 2,500 + 0.15 \cdot 2,000$$

$$\boxed{\bar{x} = 2,915}$$

על פי מספר התלמידים

מציאת מספר התלמידים, בכל רמת שכר, תעזור גם במציאת החציון, הרבעון והעשירונים בסעיפים הבאים.

סה"כ	4,500	4,000	3,500	3,000	2,500	2,000	x - שכר
N = 1,000	30	50	200	310	260	150	f - מספר תלמידים

$$3\% \cdot 1,000 = 0.03 \cdot 1,000 = 30$$

$$5\% \cdot 1,000 = 0.05 \cdot 1,000 = 50$$

$$20\% \cdot 1,000 = 0.2 \cdot 1,000 = 200$$

$$31\% \cdot 1,000 = 0.31 \cdot 1,000 = 310$$

$$26\% \cdot 1,000 = 0.26 \cdot 1,000 = 260$$

$$15\% \cdot 1,000 = 0.15 \cdot 1,000 = 150$$

נשתמש בנוסחה למציאת הממוצע:

$$\bar{x} = \frac{30 \cdot 4,500 + 50 \cdot 4,000 + 200 \cdot 3,500 + 310 \cdot 3,000 + 260 \cdot 2,500 + 150 \cdot 2,000}{1,000}$$

$$\bar{x} = \frac{2,915,000}{1,000} \rightarrow \boxed{\bar{x} = 2,915}$$

תשובה: השכר הממוצע של התלמידים הוא 2,915 ₪.

ב. עבור סעיפים ב-ג נוסף בטבלה שורה של שכיחות מצטברת

סה"כ	4,500	4,000	3,500	3,000	2,500	2,000	x - שכר ₪
N = 1,000	30	50	200	310	260	150	f - מספר תלמידים
	1000	970	920	720	410	150	שכיחות מצטברת
	971-1000	921-970	721-920	411-720	151-410	1-150	מנתון ועד נתון

$$\text{מספר הנתונים (1000) זוגי, ולכן החציון יהיה ממוצע של שני הנתונים האמצעיים. } \frac{1000+1}{2} = \frac{1001}{2} = 500.5$$

הנתון ה- 500 הוא 3,000 ₪, הנתון ה- 501 הוא גם 3,000 ₪, ולכן זהו גם החציון.

תשובה: החציון של שכר התלמידים הוא 3,000 ₪.

סה"כ	4,500	4,000	3,500	3,000	2,500	2,000	x - שכר ₪
$N=1,000$	30	50	200	310	260	150	f - מספר תלמידים
	1000	970	920	720	410	150	שכיחות מצטברת
	971–1000	921–970	721–920	411–720	151–410	1–150	מנתון ועד נתון

ג. (1) הרבעון התחתון (Q_1) , הוא הנתון שעד אליו נמצאים רבע מהנתונים.

רבע מ- 1,000 תלמידים הוא 250 תלמידים, ולכן הרבעון התחתון הוא 2,500 ₪.

תשובה: דוגמה לשכר שהוא מתחת לרבעון התחתון (Q_1) של השכר הוא שכר של 2,000 ₪.

(2) עדי קיבלה שכר של 2,500 ש"ח.

העשירון השמיני (D_8) הוא הנתון שמתחתיו שמונה עשיריות מהנתונים.

מ- $\frac{8}{10}$ 1,000 תלמידים הוא 800 תלמידים, ולכן העשירון השמיני הוא 3,500 ₪.

תשובה: עדי מתחת לעשירון השמיני (D_8).

ד. השכר החציוני, שמצאנו אותו בסעיף ג, הוא 3,000 ₪.

מספר התלמידים, שקיבלו מתחת לשכר זה, הוא $260 + 150 = 410$, והסתברות המתאימה היא $0.41 = \frac{410}{1000}$.

תשובה: ההסתברות, שתלמיד שנבחר באקראי מקבל שכר מתחת לשכר החציוני, היא 0.41 .

ה. לסקר נוספו עוד 10 תלמידים, שהשכר של כל אחד מהם הוא 3,000 ₪.

כיוון ששכר זה הוא מעל לשכר הממוצע הקודם, שעמד על 2,915 ₪ , הרי שהממוצע גדל.

תשובה: לאחר הוספת 10 תלמידים , שהשכר של כל אחד מהם הוא 3,000 ₪, הממוצע גדל.

א. (1) במידה ולא יצטרפו ילדים, מעבר ל- 14 ילדים, הרי שכל תלמיד ישלם את הסכום המקורי של 100 ₪. ולכן, סכום הכסף שייאסף לטיול הוא $1,400 = 14 \cdot 100$ ₪. תשובה: סכום הכסף שייאסף לטיול הוא 1,400 ₪.

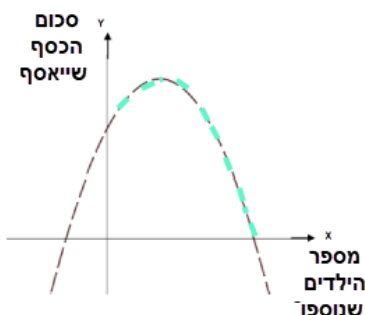
(2) מארגן הטיול הסכים שלכל ילד נוסף שיצטרף לטיול, הוא יוזיל את המחיר ב- 2 ₪ לכל ילד שיוצא לטיול. לכן, אם יצטרפו 3 ילדים, המחיר לכל ילד יוזל ב- 6 ₪ $2 \cdot 3 = 6$, והמחיר שישלם כל ילד שיצא לטיול הוא $94 = 100 - 2 \cdot 3$ ₪. לטיול יצאו 17 ילדים $14 + 3 = 17$. סכום הכסף שייאסף לטיול, במקרה זה, הוא $1,598 = 17 \cdot 94$ ₪ $(14 + 3) \cdot (100 - 2 \cdot 3) = 1,598$. תשובה: סכום הכסף שייאסף לטיול, אם יצטרפו 3 ילדים, הוא 1,598 ₪.

ב. נסמן ב- x את מספר הילדים הנוספים (מעבר ל- 14 ילדים). מספר הילדים שיצאו לטיול הוא $14 + x$, כאשר כל ילד ישלם $100 - 2x$ ₪. מכאן שסכום הכסף שייאסף לטיול הוא $(14 + x) \cdot (100 - 2x)$ ₪. תשובה: הפונקציה, המייצגת את סכום הכסף שייאסף לטיול במצב המתואר, היא $y = (14 + x)(100 - 2x)$.

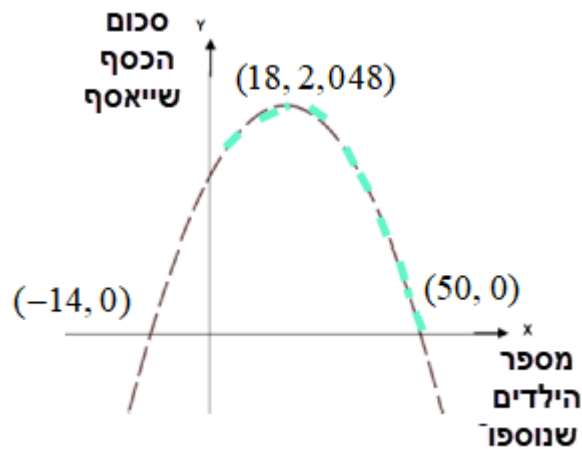
ג. גרף הפונקציה $y = (14 + x)(100 - 2x)$, בהקשר למצב המתואר, מסורטט במערכת הצירים. נשים לב שהגרף אינו רציף, כי מספר הילדים שנוסף צריך להיות שלם וחיובי. (1) $y(1) = (14 + 1)(100 - 2 \cdot 1) = 1,470$, $y(7) = (14 + 7)(100 - 2 \cdot 7) = 1,806$, $y(-2) = (14 + (-2))(100 - 2 \cdot (-2)) = 1,248$, $y(0.5) = (14 + 0.5)(100 - 2 \cdot 0.5) = 1,435.5$. הערכים שיש להם משמעות, בהקשר לנתוני השאלה הם עבור מספר ילדים שלם שנוסף, כלומר עבור $x > 0$. תשובה: $y(1) = 1,470$, $y(7) = 1,806$, $y(0.5) = 1,435.5$, $y(-2) = 1,248$. הערכים שיש להם משמעות, בהקשר לנתוני השאלה הם $y(1) = 1,470$, $y(7) = 1,806$.

(2) החלק, בגרף הפונקציה שיש לו משמעות, הוא ברביע הראשון, כאשר $x > 0$ ו- $y > 0$.

תשובה: החלק בגרף הפונקציה שיש לו משמעות הוא ברביע הראשון.



ד. גרף הפונקציה $y = (14 + x)(100 - 2x)$, בהקשר למצב המתואר, מסורטט במערכת הצירים.



- (1) סכום הכסף יהיה הגבוה ביותר, בנקודת המקסימום של הפרבולה. עקב הסימטריה של הפרבולה, שיעור ה- x בנקודת המקסימום (בקודקוד), יתקבל בממוצע של שיעורי ה- x בנקודות האפס (נקודות חיתוך עם ציר ה- x).

$$0 = (14 + x)(100 - 2x)$$

$$14 + x = 0 \rightarrow x = -14$$

$$100 - 2x = 0 \rightarrow -2x = -100 \rightarrow x = 50$$

$$x_{\max} = \frac{-14 + 50}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

תשובה: מספר הילדים הנוספים שכדאי למארגן הטיול שיצאו, כדי שסכום הכסף שהוא יקבל יהיה הגבוה ביותר, הוא 18.

- (2) נמצא את ערך הפונקציה בנקודת המקסימום.

$$y(18) = (14 + 18)(100 - 2 \cdot 18) = 2,048$$

תשובה: סכום הכסף שייאסף במקרה זה הוא 2,048 ₪.

ה. עבור מספר ילדים שגדול מ- 18, כלומר מימין לקודקוד הפרבולה, הפונקציה בירידה.

מכאן שסכום הכסף שייאסף לטיול, במקרה זה, יקטן.

תשובה: עבור מספר ילדים שגדול מ- 18 סכום הכסף שייאסף לטיול הולך וקטן (תשובה (3)).